

РЫНОЧНОЕ РАВНОВЕСИЕ ПО ЛЯПУНОВУ, МАРШАЛЛУ И ВАЛЬРАСУ

Губарева Е.А., Фурасов В.Д.

Государственный университет управления, кафедра Высшей математики,
Россия, 109542, г. Москва, Рязанский проспект, д.99.
Тел.: (495)371-70-88, факс: (495)371-70-88,
E-mail: gubel@inbox.ru

Функции спроса $D(P, Q) = 0$ и предложения $S(P, Q) = 0$, где P и Q - цена и объем товара являются основными составляющими модели рынка товаров. Пересечение их графиков происходит в точке равновесия (P_e, Q_e) . Соответствующая этой точке цена $P = P_e$ называется равновесной. Динамические модели рынка используются для анализа изменения переменных (цены, спроса, предложения) во времени в случае, когда цена в начальный момент времени t_0 отличается от равновесной ($P(t_0) \neq P_e$).

Пусть $z = r(t, P, Q)$ – скалярная функция. В соответствии с общим определением устойчивости по Ляпунову [2] положение равновесия (P_e, Q_e) называется устойчивым по переменной $z = r(t, P, Q)$, если для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $\delta > 0$, что $|r(t, P(t), Q(t)) - r(t, P_e, Q_e)| \leq \varepsilon$ при всех $t > t_0$ и любых $P(t_0), Q(t_0)$, удовлетворяющих неравенствам $|P(t_0) - P_e| \leq \delta$, $|Q(t_0) - Q_e| \leq \delta$. Как отмечалось самим Ляпуновым, равновесие, устойчивое по одним переменным может быть неустойчивым по другим.

Процесс установления равновесной цены может быть описан различными моделями с использованием одних и тех же функций спроса и предложения. Так процесс взаимодействия спроса и предложения по Маршаллу [3] описывается дифференциальным уравнением $\dot{Q} = \alpha(D_1(Q) - S_1(Q))$ ($P = D_1(Q)$ и $P = S_1(Q)$ - функции спроса и предложения). По Вальрасу [1] это взаимодействие задается уравнением $\dot{P} = \alpha(D_1^{-1}(P) - S_1^{-1}(P))$. Легко показать, что равновесие устойчивое по Маршаллу ($Q(t) \rightarrow Q_e$ при $t \rightarrow \infty$, если $\alpha > 0$) устойчиво по Ляпунову по переменной $z = Q$, а равновесие устойчивое по Вальрасу ($P(t) \rightarrow P_e$ при $t \rightarrow \infty$, если $\alpha > 0$) устойчиво по Ляпунову по переменной $z = P$.

Особый интерес представляет исследование таких процессов взаимодействия спроса и предложения, которые устойчивы по Маршаллу и неустойчивы по Вальрасу и, наоборот, неустойчивы по Маршаллу, но устойчивы по Вальрасу.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 07-06-00224).

Литература.

1. Вальрас Л. Элементы чистой политической экономики. - М.: Изограф, 2000.
2. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. - М: Гостехиздат, 1950.
3. Маршалл А. Принципы экономической науки. - М.: Прогресс, 1993.