О СУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЙ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА В ОБОБЩЕННОЙ ТРАКТОВКЕ С НЕПРЕРЫВНЫМ ЯДРОМ

Гурьянова И.Э.

Финансовый университет при Правительстве РФ
125993, Россия, Москва, Ленинградский просп., 49
IEGuryanova@fa.ru, irinagur@list.ru

Рассматривается уравнение вида

$$x(t) = f(t) + \int\limits_{M(t)} K\big(t, s, x(s)\big) d\mu_s, \tag{1}$$

где $t \in \Omega$, Ω – связное локально компактное метрическое пространство; мера $\mu \leq \infty$ определена на борелевских множествах $A \subseteq \Omega$; функции $f\colon \Omega \longrightarrow \mathrm{R}$ и $K\colon \Omega^2 \times \mathrm{R} \longrightarrow \mathrm{R}$ непрерывны; отображение $M\colon \Omega \longrightarrow 2^{\Omega}$ удовлетворяет системе аксиом, на основе которой обобщается понятие «вольтерровости» интегрального уравнения:

1. $\forall t \in \Omega \Longrightarrow M(t)$ компактно, причем для любого открытого $G \subseteq \Omega$, если $G \cap \mathrm{M}(t) \neq \emptyset$, то $\mu\big(G \cap \mathrm{M}(t)\big) > 0$.
2. $\forall t \in \Omega \Longrightarrow \lim_{s \to t} \mu\left(M(t) \Delta M(s)\right) = 0$, где Δ – симметрическая разность.
3. $\forall t \in \Omega, s \in M(t) \Longrightarrow M(s) \subseteq M(t)$.
4. $\forall t \in \Omega, \exists s \in M(t)\colon M(s) = \emptyset$.
5. $\forall t \in \Omega$, $\exists \varepsilon > 0$ и М-звездный континуум $A\colon \rho(t, s) < \varepsilon \Longrightarrow M(s) \subseteq A$. При этом множество $A \subseteq \Omega$ называется М-звездным, если $\forall t \in \mathrm{A} \Longrightarrow M(t) \subseteq A$.
6. Измеримы множество $\Xi\colon = \{(t, s)\colon t \in \Omega, s \in M(t)\} \subseteq \Omega^2$ и, при каждом $t \in \Omega$, – множество $M^*(t)\colon = \{s\colon t \in M(s)\} \subseteq \Omega$. Для уравнения (1) в работах [1 – 2] получены теоремы существования, единственности и устойчивости решений. В докладе рассматривается уравнение (1) с непрерывным ядром, не удовлетворяющим условию Липшица.

С помощью принципа Шаудера и теоремы Красносельского доказываются теоремы существования решения для интегрального уравнения (1).

Литература

1. *Гурьянова И.Э., Мышкис А.Д.* О непродолжимых решениях абстрактных интегральных уравнений типа Вольтера // Дифференциальные уравнения. – 1986. – 22, №10. – с. 1786–1789.
2. *Гурьянова И.Э., Мышкис А.Д.* Асимптотическая эквивалентность и устойчивость абстрактных интегральных уравнений Вольтерра // Дифференциальные и интегральные уравнения. Межвузовский сборник. – Горький, 1988. – с. 48–55.