РЕПРОЕКТИРОВАНИЕ ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ. ФАЗОВЫЕ ПОРТРЕТЫ В КРУГЕ ПУАНКАРЕ

Вдовина Э. В.

Уральский государственный университет им. А.М. Горького,
Математико-механический факультет, кафедра вычислительной математики,
Россия, г. Екатеринбург, Тел.: (343)374-63-79, E-mail: vdovina@e1.ru

Как правило, в университетских учебниках, посвященных обыкновенным дифференциальным уравнениям, проводится классификация разновидностей фазовых портретов для линейных однородных систем с постоянными коэффициентами II порядка. Но, на наш взгляд, ни в одном из них изложение этой темы не доводится до полного завершения. А именно: строится фазовый портрет в конечной части плоскости и на этом ставится точка. А поведение фазовых траекторий на бесконечности не рассматривается, а так же не восстанавливается по виду фазовых траекторий семейство интегральных кривых системы [1].

К линейной однородной системе II порядка с постоянными коэффициентами можно применить преобразования Пуанкаре, которые позволяют отобразить фазовую плоскость системы в круг единичного радиуса с центром в начале координат – круг Пуанкаре, причем бесконечно удаленным точкам плоскости соответствуют точки, лежащие на границе круга [2].

Проведена классификация положений равновесия системы, возникающих на границе круга. С помощью пакета программ ODE строятся фазовые портреты системы, как на плоскости, так и в круге Пуанкаре.

С использованием машинной графики переход от фазового портрета к семейству интегральных кривых можно сделать весьма наглядным. Если фазовый портрет для автономной системы II порядка может быть получен путем проектирования семейства интегральных кривых вдоль оси *Ot* на фазовую плоскость xOy, то для перехода от фазового портрета к семейству интегральных кривых можно использовать обратный процесс – процесс репроектирования. В трехмерном пространстве строится цилиндр, в котором за направляющую берется фазовая траектория, а в качестве образующих рассматриваются прямые, параллельные оси *0t*. Сами же интегральные кривые, лежащие на цилиндре, строятся по фазовой траектории с учетом характера устойчивости положения равновесия, к которому она примыкает. Для иллюстрации этого процесса были составлены специальные программы.

Литература.

1. Понтрягин А.С., Обыкновенные дифференциальные уравнения, М., «Наука», 1970, 331стр.
2. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г., Качественная теория динамических систем второго порядка, М., "Наука", 1966, 562 стр.