

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Ахмедов Дж.Т., Нуров И.Д.

Таджикский национальный Университет, Таджикистан, 734025, г. Душанбе, ул.
Б.Хамдамов 22, Тел.: (+992)985655090, E-mail: jovidon-a.90@mail.ru

Настоящий доклад посвящен исследованию периодических решений уравнению вида

$$y'' + ay' + by + c|y| + f(t, y, y') = 0, \quad (1)$$

где a, b, c – вещественные числа, $f(t, y, y')$ – непрерывно относительно коэффициентов и удовлетворяет условию $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \sup_{t, |y|+|y'| \leq r} |f(t, y, y')| = 0$.

Рассмотрим в банаховом пространстве $C[0, T]$ вполне непрерывные векторные поля

$$(\Phi_0 y)(t) = y(t) - y(T) - \int_0^t P[y(s)] ds, \quad (2)$$

$$(\Phi y)(t) = y(t) - y(T) - \int_0^t \{P[y(s)] + F[(s, y(s))]\} ds, \quad (3)$$

где $P(y) = (y_2, -ay_2 - by_1 - c|y_1| \cdot)$, $F(t, y) = (0, -f(t, y_1, y_2) \cdot)$.

Теорема 1. Пусть $(|b| - c) \neq 0$ и выполнено одно из следующих условий: 1) $a \neq 0$, 2) $a = 0$ и $b > |c|$ и $T \neq \left(\frac{1}{\sqrt{b+c}} + \frac{1}{\sqrt{b-c}}\right) \cdot \pi k$, для всех $k = 1, 2, \dots, 3a = 0$ и $b^2 + c^2 > 0$, $b \leq |c|$, тогда для множества T -периодических решений семейства уравнений

$$y'' + ay' + by + c|y| + \mu f(t, y, y') = 0$$

справедлива априорная оценка: $\exists R > 0$, $\forall y(t, \mu) = y(t + T, \mu)$ выполняется неравенство

$$\max_t (|y(t, \mu)| + |y'(t, \mu)|) < R, \quad 0 \leq \mu \leq 1.$$

Из теоремы 1 вытекает, что векторные поля (2) и (3) не вырождены на границе $S(R)$ шара достаточно большого радиуса с центром в нуле пространства $C[0, T]$ и их вращения совпадают в этом шаре

$$\gamma(\Phi_0, \dot{S}(R)) = \gamma(\Phi, \dot{S}(R)).$$

Лемма 1. Нулевая особая точка $y = 0$ поля $\Psi y = -P(y)$ изолирована тогда и только тогда, когда $|b| \neq |c|$.

Теперь вычислим вращения поля Ψ в окрестности $(0, 0)$.

Лемма 2. Пусть $|b| > |c|$ тогда $\gamma(\Psi, S) = \text{sgn } b$ и пусть $|b| < |c|$ тогда $\gamma(\Psi, S) = 0$.

Литературы

1. Ахмедов Дж.Т. Устойчивость и периодичность в задачах с вынужденным колебанием нелинейной системы второго порядка / Дж.Т. Ахмедов, И.Дж. Нуров. // Вестник ТНУ. – 2017. – вып. 1/3. – с. 45-49.