О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПОНТРЯГИНА

Шарифзода З.И.

Научно исследовательский институт ТНУ, Таджикистан, 734025, г. Душанбе, пр. Рудаки 17, Тел: (+992) 988-44-28-03, E-mail: sakhara-2803@mail.ru

В работе [1] исследовано нелинейная система дифференциальных уравнений первого порядка вида

$$\begin{cases} \dot{x} = -y + \mu \cdot P(x, y, \mu), \\ \dot{y} = x + \mu \cdot Q(x, y, \mu), \end{cases} \qquad (1)$$

где $\dot{x} = \frac{dx}{dt}, \dot{y} = \frac{dy}{dt},\ \ 0 < \mu \ll 1$ и функции $P(x, y, \mu),\ Q(x, y, \mu)$ – предполагаются аналитическими. Определено функция

$$F(r) = \int_0^{2\pi} (cos\varphi \cdot P(rcos\varphi, rsin\varphi, 0) + sin\varphi \cdot Q(rcos\varphi, rsin\varphi, 0))d\varphi.$$

Настоящая работа является развитием [1]. Авторамы обобщенно результаты [1]. В частности не требуется условия аналитичность относительно $P(x, y, \mu),\ Q(x, y, \mu)$ и условия $F'(\rho_0) \neq 0$ заменяется на знако переменность функции.

Теорема 1(необходимое условие). *Предположим, что система (1) имеет периодическое решение* $x(t, \mu), y(t, \mu)$, *с периодом* $\omega(\mu)$, *зависящее от* μ *и эти решения удовлетворяют условию* $M_0 < |x^2(t, \mu) + y^2(t, \mu)| \leq M, M_0 > 0$ *при всех достаточно малых* $\mu > 0$. *Тогда существует такое* $\rho_0 \epsilon [M_0, M]$, *что* $F(\rho_0) = 0$.

Теорема 2(достаточное условие). *Пусть* $\rho_0 > 0$ *решение уравнения* $F(\rho) = 0$ *и в окрестности* $[\rho_0 - \varepsilon_0, \rho_0 + \varepsilon_0]$, $\rho_0 - \varepsilon_0 > 0$, *точки* ρ_0 *функция* $F(\rho) \neq 0$ *при* $\rho \neq \rho_0$, *причем значения функции* $F(\rho)$ *меняет знак при переходе через точки* ρ_0. *Тогда система (1) при достаточно малых значениях* μ *имеет периодическое решение (*$x(t, \mu), y(t, \mu)$*) удовлетворяющее условию*

$$\left|\sqrt{x^2(t, \mu) + y^2(t, \mu)} - \rho_0\right| < \varepsilon_0.$$

Литература

1. Баутин Н. Н. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. Учебное пособие / Н. Н. Баутин, Е. А. Леонтович. - М.:Наука. -1976. -496 с.