О ВЗАИМОСВЯЗИ ВЗВЕШИВАЮЩИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ УЗЛОВ НА КВАДРАТНЫХ РЕШЁТКАХ С ОЦЕНКАМИ МОЩНОСТИ ПЕРКОЛЯЦИОННЫХ КЛАСТЕРОВ

Москалев П.В.

Россия, 394087, г. Воронеж, ул. Мичурина, 1, +7(473)224-39-39(+3317), moskalefff@gmail.com

Важное значение для прикладного математического моделирования имеют задачи статистической оценки порога протекания p_c и мощности перколяционных кластеров P_∞. На квадратных решётках конечного размера оба параметра оцениваются с помощью выборки кластеров, стягивающих решётку в выбранном направлении [1, 2]. В первом случае используется относительная частота возникновения стягивающих кластеров в общей выборке, а во втором — усреднённая относительная частота узлов расположенных вдоль целевой границы решётки.

Полагая порог протекания p_c известным, автором [1, 2] была предложена зависимость мощности кластеров P_∞ от сверхкритических значений доли достижимых узлов перколяционной решётки $p \in (p_c, 1)$ в виде $P_\infty(p) = (1 - p_c)^{p_c - 1}(p - p_c)^{1 - p_c}$. Было показано, что для $p \to 1-$ предел отношения $P_\infty(p)/p$ равен единице, однако вопрос о взаимосвязи образующих отношение функций оставлен открытым.

Вместе с тем, на основе определения мощности перколяционного кластера $P_\infty(p)$, разумно предположить, что усреднённые относительные частоты узлов при $p \to 1-$ будут сходиться к функции распределения $F_b(p)$ случайной величины $b \in (0, 1)$, взвешивающей узлы перколяционной решётки. Действительно, соответствующая равномерно распределенной случайной величине $b \sim \mathbb{U}(0, 1)$ функция имеет вид $F_b(p) = p$, а в более общих случаях будем ожидать, что пределом мощности кластера $P_\infty(p)$ при $p \to 1-$ окажется функция $F_b(p)$.

Для оценки адекватности выдвинутого предположения был проведён вычислительный эксперимент по выборке из 1000 реализаций стягивающих кластеров на квадратных решётках размером 33^2 узлов с $(1, 0)$-окрестностью, взвешенных бета-распределёнными случайными величинами $b \sim \mathbb{B}(s_1, s_2)$ с параметрами $(s_1, s_2) = (1, 3)$, $(1, 2)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(3, 1)$. В ходе эксперимента показано, что среднее абсолютное отклонение ненулевых оценок мощности $P^*_\infty(p) > 0$ для верхней квартили значений аргумента $p \in (p_{3/4}, p_1)$ не превышает статистической погрешности этих оценок $\langle |P^*_\infty(p) - F_b(p)| \rangle \leqslant \varepsilon(P^*_\infty)$.

Литература.

1. *Москалев П.В.* Оценки порога и мощности перколяционных кластеров на квадратных решётках с $(1, \pi)$-окрестностью // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т.6, №3. — С.405–414.
2. *Москалев П.В.* Перколяционное моделирование пористых структур. — М.: URSS, 2018. — 240 с.