

## ГРУППОВОЙ АНАЛИЗ КАНОНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Яковенко Г.Н.

Московский физико-технический институт, Россия,  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9,  
Тел.: (495)576-57-33, факс: (495)408-68-69.  
E-mail: yakovenkog@gmail.com

Каноническое преобразование (КП) – Это невырожденная замена переменных  $q, p \leftrightarrow Q, P$ , в результате которой любая гамильтонова система переходит снова в гамильтонову [1]. Совокупность КП, факторизованная по переобозначению переменных, является группой  $G$  [2, 3, задача 173 ], где групповое умножение — это суперпозиция двух КП [3, задача 178 ]; класс преобразований переобозначения  $q = Q, p = P$  — групповая единица [3, задача 176 ]; преобразование, обратное к КП, существует в силу невырожденности и также является КП [3, задача 177 ]. Приведём некоторые результаты группового анализа КП. Группа КП содержит следующие подгруппы [2]:

1. линейные КП [3, задача 183 ];
2. КП с производящей функцией  $F = 0$ , подгруппа  $H$  [3, задача 184];
3. КП с валентностью  $c = 1$  (унивалентные КП, подгруппа  $N$ ) [3, задача 185];
4. совокупность свободных КП [1] (переменные  $q, Q$  независимы) не является подгруппой (отсутствует групповая единица  $q = Q, p = P$ ), свободные КП традиционно используются для вывода уравнения Гамильтона-Якоби; но совокупность полусвободных КП [1] (независимые переменные  $q, P$ ) является подгруппой, полусвободные КП приводят к стандартному уравнению Гамильтона-Якоби.
5. Нормальные делители [2]. Подгруппа  $N$  есть нормальный делитель для подгруппы  $H$ , и элементами фактор-группы  $H/N$  являются преобразования с производящей функцией  $F = 0$  и с одной и той же валентностью  $c \neq 0$  [3, задача 186 ]. При этом подгруппа  $N$  не является нормальным делителем всей группы  $G$  (левый класс смежности  $gN$  для произвольного КП  $g$  не совпадает с правым классом смежности  $Ng$ ).

### Литература

1. Маркеев А.П. Теоретическая механика: Учебник для высших учебных заведений. Москва-Ижевск: «Регулярная и хаотическая динамика», 2007, 592 с.
2. Калужнин Л.А. Введение в общую алгебру. М.: Наука, 1973. 448 с.
3. Пятницкий Е.С., Трухан Н.М., Ханукаев Ю.И., Яковенко Г.Н. Сборник задач по аналитической механике: Учеб. пособ.: Для вузов, 3-е изд., перераб. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 400 с.