

ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ МАТРИЦ СИЛЬВЕСТРА-АДАМАРА

Сорокин П.Н., Ченцова Н.Н.¹

ФГУ ФНЦ НИИ Системных исследований РАН, s_p_n_1974@bk.ru

¹МГУ им. М.В.Ломоносова, механико-математический ф-т, nataly.chentsova@gmail.com

Определение. Пусть заданы $p \in N^+$, $k = 2^p$, квадратная матрица $A^{(k)} \in R^{k \times k}$ порядка k с матричными элементами $(A^{(k)})_{i,j} \in R$ с индексами $i, j = \overline{1, k}$. Пусть $A^{(1)} = 1$ и матрица $A^{(k)}$ – матрица Сильвестра-Адамара. Тогда матрица $A^{(2.k)}$ – матрица Сильвестра-Адамара, если

$$A^{(2.k)} = \begin{pmatrix} A^{(k)} & A^{(k)} \\ A^{(k)} & -A^{(k)} \end{pmatrix}.$$

Теорема. Пусть $i, j \in N^+$. Тогда для всех $k = 2^p$, где $p \in N^+$ и $p \geq q$:

$q = (\text{целое})(\log_2((\text{вещ}) \max(i, j)))$, причем если $2^q < \max(i, j)$, то $q = q + 1$, матричный элемент $(A^{(k)})_{i,j}$ матрицы Сильвестра-Адамара $A^{(k)}$ может быть вычислен по следующему алгоритму:

алгоритм матрица_Сильвестра-Адамара < вх: целые i, j , вых: целое s >

начало алгоритма

целые $k, s, r, i1, j1$

$i1 = i, j1 = j$

$k = \max(i1, j1)$

$r = 1, s = 1$

цикл пока ($r < k$) выполнять

$r = r \cdot 2$

конец цикла

$r = r / 2$

цикл пока ($r > 0$) выполнять

выбор

при ($(i1 > r)$ И ($j1 > r$))

$s = -s, i1 = i1 - r, j1 = j1 - r$

при ($(i1 > r)$ И ($j1 \leq r$))

$i1 = i1 - r$

при ($(i1 \leq r)$ И ($j1 > r$))

$j1 = j1 - r$

конец выбора

$r = r / 2$

конец цикла

конец алгоритма