

ЗАДАНИЕ ДЕРЕВЬЕВ ФОРМУЛАМИ

Белов Ю. А.

Россия, 150000, Ярославль, ул. Советская, 14, т. (4852) 458073,
ЯрГУ им. П.Г. Демидова, кафедра теоретической информатики belov45@yandex.ru

Рассмотрим сначала операции на частично упорядоченных множествах (ч. у. множества). В работе [1], например, рассматриваются операции на ч. у. множествах: прямая сумма $+$, порядковая сумма $+_o$. Пусть A и B -- два непересекающихся ч. у. множества. Прямой суммой $A+B$ данных множеств называется объединение указанных множеств, в котором отношение порядка есть объединение отношений на A и на B . Порядковой суммой $A+_oB$ называется объединение множеств A и B , в котором отношение порядка есть объединение отношений порядков в A и в B , дополненное такими парами: все элементы из A предшествуют всем элементам из B .

Класс \mathcal{P} ч. у. конечных множеств, которые могут быть получены из одноэлементного множества (будем его обозначать $\mathbf{1}$) с помощью операций $+$ и $+_o$ называется классом последовательно-параллельных ч. у. множеств -- [2]. Напомним определение диаграммы Хассе. Если задано конечное ч. у. множество A , то диаграммой Хассе множества A называется ориентированный граф, вершины которого совпадают с A , а дуги графа определяются отношением покрытия, получаемым из отношения частичного порядка на A исключением всех пар, являющихся транзитивными следствиями других пар.

С другой стороны, для всякого дерева имеется корневое представление. Выбор корня и соответствующее корневое представление порождают ориентированный граф, использующий для ориентации дуг отношение «отцы-потомки». Теперь можно сформулировать следующее утверждение.

Теорема. Для любого корневого представления произвольного дерева имеется такое последовательно-параллельное ч. у. множество, что его диаграмма Хассе изоморфна, как ориентированный граф, данному корневому представлению.

Литература.

1. С. И. Гуров Булевы алгебры, упорядоченные множества, решётки: определения, свойства, примеры. М., Либроком, 2013 г., 221 стр.
2. Р. Стенли Перечислительная комбинаторика М., Мир, 1990 г. 438 стр.