О МЕТОДЕ КВАДРАТУР В ЗАДАЧЕ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ДАННЫМИ

Харитонова Е.В.

Южно-Уральский государственный университет
Россия, 454080, Челябинск, пр. Ленина 76, +7-351-267-9465,
e-mail: khelenakh@gmail.com

Пусть $x(t) \in C^n_{[a,b]}$, $L(x)$ - линейное дифференциальное выражение с непрерывными на промежутке $[a,b]$ коэффициентами

Линейной краевой задачей будем называть задачу

$$L(x) = 0, U_i(x) = u_i, i = 1, 2, ..., n, \tag{1}$$

где $U_i(x)$ - линейные в $C^{n-1}_{[a,b]}$ функционалы.

Пусть $g_i(t)$ - интегрируемые на $[a,b]$ линейно независимые функции. Задачу (1) назовем задачей с *распределенными* данными, если

$$U_i(x) = \int_a^b g_i(t)x(t)dt.$$

Выберем на промежутке $[a,b]$ узлы $a = t_1 < t_2 < ... < t_n = b$ и положим

$$U_i(x) = \int_a^b g_i(t)x(t)dt = \sum_{q=1}^n x(t_q)w_i^q + R_i(x). \tag{2}$$

Лемма 1. *Если фундаментальная система решений* $\varphi_i(t), i = 1,2,...,n$ *уравнения* $L(x) = 0$ *обладает свойством чебышевости, то* $\forall i = 1,2,...,n$ *существует единственная квадратура (2), точная на множестве решений уравнения* $L(x) = 0$.

Запишем граничные условия в виде

$$\sum_{q=1}^n x(t_q)w_i^q = \sum_{q=1}^n x(t_q)\sum_{s=1}^n \varphi_s^{-1}(t_q)v_{is} = u_i \tag{3}$$

где $\int_a^b g_i(t)\varphi_s(t)dt = v_{is}$ и $\varphi_s^{-1}(t_q)$ элементы матрицы, обратной к матрице $(\varphi_s(t_q))$.

Теорема. *Если фундаментальная система решений* $\varphi_i(t), i = 1,2,...,n$ *уравнения* $L(x) = 0$ *обладает свойством чебышевости, и определитель системы (3) не обращается в ноль, то задача с распределенными данными эквивалентна некоторой простой задаче Валле-Пуссена, и, следовательно, однозначно разрешима для любых значений* u_i.