ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫЙ ПОПЕРЕЧНИК

Царьков И.Г.

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Механико-математический факультет, кафедра математического анализа. Россия, 119889,
г. Москва, Ленинские горы E-mail: tsar@mech.math.msu.su

Через Φ^k обозначим множество всех непрерывных монотонных функций $\omega : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$: $\omega(0) = 0$, для которых выполнено неравенство: $\omega(nt) \leqslant n^k\omega(t)$ для всех $n \in \mathbb{N}$ и $t \in \mathbb{R}_+$. Для выпуклого тела $M \subset \mathbb{R}^m$, линейного нормированного пространства Y и $\omega \in \Phi^k$ через $W^r H_k^\omega(M, Y)$ обозначим множество всех r-раз дифференцируемых по Фреше отображений $f : M \to Y$, для которых $\omega_k(f^{(r)}, t) \leqslant \omega(t)$ $(t \in \mathbb{R}_+)$. В качестве M будем рассматривать шар $B_p^m = \{x = (x_1, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m \mid \sum_{k=1}^m |x_k|^p \leqslant 1\}$ $(p \in (1, +\infty))$. Через $\mathcal{R}_n(U, V)$ обозначим класс всех всех отображений вида P/Q, где вектор-функция $P : M \to Y$ пробегает некоторое произвольное выпуклое множество U размерности $\leqslant n$, а функция $Q : M \to \mathbb{R}$ пробегает некоторое произвольное выпуклое множество V положительных функций. Положим $E_n(f, U, V) := \inf\limits_{\varphi\in\mathcal{R}_n(U,V)} \sup\limits_{t\in M} \|f(t) - \varphi(t)\|_Y$ и обозначим через $\mathrm{R}_n(W^r H_k^\omega(M, Y))$ – дробно-рациональный поперечник, т.е. величину $\inf\limits_{U,V} \sup\{E_n(f, U, V) \mid f \in W^r H_k^\omega(M, Y)\}$.

Теорема 1. *Пусть $k \in \mathbb{N}$, $p \in (1, +\infty)$, $r \in \mathbb{Z}_+$. Тогда существуют числа $C, C_1, C_2 > 0$ такие, что для любых $l, m, n \in \mathbb{N}$: $n \geqslant \begin{cases} C^m l, & \text{если } p \in (1, 2] \\ C^m l m^{\frac{m(p-2)}{p}}, & \text{если } p \in [2, +\infty) \end{cases}$, пространства Y: $\dim Y = l$, $\omega \in \Phi^k$ верны неравенства: $C_1\theta^r\omega(\theta) \leqslant \mathrm{R}_n(W^r H_k^\omega(M, Y))) \leqslant C_2\theta^r\omega(\theta)$, где $\theta = m^{\frac{1}{2}-\frac{1}{p}}(n/l)^{-\frac{1}{m}}$.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-01-00295-а)

Литература.

1. *Царьков И.Г.* О продолжении и сглаживании векторнозначных функций//Изв. РАН. Сер. матем. 1995. Т. 59, 4, С. 187–220.