

ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ СГЛАЖИВАНИЯ ДВУМЕРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ СМЕРТНОСТИ

Любин П.Г.

Московский Государственный Технологический Университет «СТАНКИН», Кафедра
«Прикладная Математика», Россия, 127994, Москва, Вадковский переулок, дом 1,
lyubin.p@gmail.com

Одной из сложных социальных проблем в России в настоящее время является высокий уровень смертности населения. Для решения данной проблемы правительство разрабатывает и запускает различные федеральные программы. Очевидно, что в связи с этим необходим анализ прошлых демографических тенденций, а также разработка демографических прогнозов. Для решения данной проблемы широко используются методы, которые основываются на некоторой параметрической модели. Например, когортные модели (АРС) и модель Ли-Картера [1].

Напротив, наш подход заключается в использовании двумерных регрессионных сплайнов, а именно В-сплайны со штрафом, известных как Р-сплайны [2]. Основная идея заключается в том, что при сглаживании сразу всей поверхности коэффициентов смертности будут учтены все взаимосвязи: вдоль оси возраста, вдоль оси года и когортные. В этом случае сглаживание становится ресурсоемким. В данной работе для решения этой проблемы предложен алгоритм, который использует дискретное косинусное разложение (развитие работ [3] и [4]). В работе рассматривается модель следующего вида: $\log(m_{a,y}) = \widehat{\log(m_{a,y})} + \xi$, $\xi \sim N(0, \sigma^2)$, где $m_{a,y} = \frac{d_{a,y}}{e_{a,y}}$ — коэффициент смертности. Здесь $d_{a,y}$ — количество смертей в год y населения в возрасте a , а $e_{a,y}$ — население в возрасте a в год y . Решение находится следующим образом

$$\widehat{\log(m_{a,y})} = (H_y \otimes H_a) \cdot \log(m_{a,y}) = (I_{n_y} + \lambda_y D_{n_y}^T D_{n_y})^{-1} \otimes (I_{n_a} + \lambda_a D_{n_a}^T D_{n_a})^{-1} \cdot \log(m_{a,y}) \quad (1)$$

Учитывая взаимосвязь между матрицей конечных разностей D и матрицей дискретного косинусного преобразования, данное выражение можно упростить с точки зрения вычислительной сложности.

Для демонстрации данного подхода произведено сглаживание данных смертности в Российской Федерации и Швеции, выполнен демографический прогноз и приведено сравнение с оценками, полученными моделью Ли-Картера [1].

Литература.

1. Lee RD, Carter LR Modeling and forecasting U.S. mortality // *Journal of the American Statistical Association* **87**, 1992. Стр 659-675.
2. Eilers PHC, Marx BD Flexible smoothing with B-splines and penalties // *Statistical Science* **11**, 123456, 1996. Стр 89-121.
3. Щетинин Е.Ю., Любин П.Г. Робастный алгоритм построения сглаживающих сплайнов // *Научное обозрение* **1**. 2015. Стр 86–94.
4. Любин П.Г., Щетинин Е.Ю. Стохастические модели сглаживания и прогнозирования коэффициентов смертности // *Научное обозрение* **18**. 2015. Стр 147-155.