ВОЗМУЩЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ОБЛАДАЮЩЕЙ СВОЙСТВОМ СВЕРХУСТОЙЧИВОСТИ

Люлько Н.А.

Новосибирск, 630090, проспект академика Коптюга, д.4

В работе автора [1] исследовалась относительно неизвестной вектор-функции $U = (u_1, ..., u_n)^T$ в полосе $\Pi = [0, 1] \times (0, \infty)$ смешанная задача для гиперболической системы

$$U_t = AU, \quad U(x, 0) = U_0(x). \tag{1}$$

Здесь $AU = -K(x)U_x + B(x)U$, где $K(x)$ -диагональная матрица с отличными друг от друга элементами $k_i(x) > 0$, $(i = 1, .., p)$, $k_i(x) < 0$, $(i = p + 1, .., n)$, $n \geq 2$; $B(x)$ - произвольная диагональная матрица. Все рассматриваемые здесь и ниже матрицы предполагаются гладкими и ограниченными в замыкании Π. Область определения $D(A)$ оператора $A : L_2(0, 1) \to L_2(0, 1)$ есть множество $D(A) = \{U \in W_2^1(0, 1) : RU|_{\partial\Pi} = 0\}$, где граничные условия отражения $RU|_{\partial\Pi} = 0$ имеют следующий вид

$$u_i(0, t) = \sum_{j=p+1}^{n} \alpha_{ij} u_j(0, t),\ (i = 1, ..., p), \quad u_i(1, t) = \sum_{j=1}^{p} \beta_{ij} u_j(1, t),\ (i = p+1, ..., n). \tag{2}$$

В [1] были выделены краевые условия вида (2), при которых задача (1) обладает свойством сверхустойчивости [2], а именно: существует время $T > 0$ такое, что по любым начальным данным $U_0 \in L_2(0, 1)$ решение $U(x, t)$ рассматриваемой задачи тождественно равно нулю при $t > T$.

В настоящей работе рассматривается возмущенная задача (1), (2) с оператором $AU = -K(x)U_x + (B(x) + C(x, t))U$, где $C(x, t)$- произвольная матрица с нулевыми диагональными элементами. Справедлива

Теорема. Пусть невозмущенная задача (1), (2) обладает свойством сверхустойчивости, тогда для любой матрицы $C(x, t)$ возмущенная задача обладает свойством повышения гладкости решений, т.е. по любым начальным данным $U_0 \in L_2(0, 1)$ решение $U(x, t)$ рассматриваемой задачи при $t > T$ будет непрерывной функцией. При этом для любого $\gamma > 0$ найдется $\varepsilon > 0$ такое, что для любой матрицы $C(x, t) : ||C(x, t)||_{C(\Pi)} < \varepsilon$ возмущенная задача будет экспоненциально устойчива, т.е. существует константа $M > 0$ такая, что для решения $U(x, t)$ справедливы оценки

$$||U(x, t)||_{L_2(0,1)} \leq Me^{-\gamma t}||U_0||_{L_2(0,1)}, t \geq 0, \qquad ||U(x, t)||_{C[0,1]} \leq Me^{-\gamma t}||U_0||_{L_2(0,1)},\ t > T.$$

Литература.

1. *Елтышева Н.А.* О качественных свойствах решений некоторых гиперболических систем на плоскости// *Матем. сборник* **135**, 2, 1988. С.186-209.
2. *D.Creutz, M.Mazo,Jr. and C.Preda.* Superstability and finite time extriction for C_0-semigroups // arXiv:0907/4812v4[math.FA] 24 sep 2013, p.12.