О РЕДУКЦИИ ОБЩЕЙ ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ К ПОЛУОДНОРОДНОЙ

В.И. Заляпин[1], Ю.С. Попенко[1], Е.В. Харитонова[2]

[1]Южно-Уральский государственный университет
[2]Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова
454080, Челябинск, пр. Ленина 76, (351)-267-9904, e-mail: vzal@susu.ac.ru

I. *Общей линейной краевой задачей* будем называть задачу нахождения функции $x(t) \in C^n(a,b)$, такой, что

$$\begin{cases} L[x] = u, \\ U_j(x) = \alpha_j, \ j = 1, 2, \ldots, m, \end{cases} \tag{1}$$

где $L[x]$ линейное дифференциальное выражение n-го порядка с непрерывными на $[a,b]$ коэффициентами $p_i(t)$

$$L[x] = x^{(n)} + p_{n-1}x^{(n-1)} + \ldots + p_1 x' + p_0 x,$$

$u(t)$ – непрерывная на $[a,b]$ функция, m – количество граничных условий, $U_j(x)$ – линейные в $C^{n-1}[a,b]$ функционалы, α_j – числа.

Задачу (1) назовем *полуоднородной*, если $\forall j \ \alpha_j = 0$ либо $u(t) = 0$. Если выполнены оба условия, задачу будем называть *однородной*.

II. Очевидно, если задача (1) — разрешима, то её легко свести к полуоднородной с нулевой правой частью.

Целью настояшей заметки является доказательство того, что задача (1) может быть сведена к полуоднородной задаче с нулевыми граничными условиями.

Справедлива следующая теорема.

Теорема. *Разрешимая линейная краевая задача* (1) *с линейно независимыми краевыми условиями* $U_j(x)$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$ *может быть сведена к полуоднородной краевой задаче с однородными граничными условиями* $U_j(x) = 0, \ j = 1, 2, \ldots, n$.

Доказательство этого утверждения опирается на следующую лемму.

Лемма. *Для любых линейных линейно-независимых функционалов* $U_j(x)$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$ *и любого набора чисел* α_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$ *существует многочлен* $\tilde{x}(t)$, *удовлетворяющий условиям* $U_j(\tilde{x}) = \alpha_j$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$.

Доказательство леммы использует двойственность ([1]) пространства $n-1$ раз непрерывно дифференцируемых функций на $[a;b]$ и пространства линейных функционалов над ним. Продеклрированная редукция теперь легко может быть осуществлена заменой $y(t) = x(t) - \tilde{x}(t)$, где $\tilde{x}(t)$ — многочлен, существование которого утверждает лемма

Список литературы

1. *Шефер, Х.* Топологические векторные пространства/Шефер Х.– М.:МИР.– 1971, 360с..