

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО САМОСОГЛАСОВАННОГО УРАВНЕНИЯ ФОККЕРА-ПЛАНКА ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО БРЮССЕЛЯТОРА

Курушина С.Е.^{1,2}, Максимов В.В.^{1,2}, Шаповалова Е.А.¹, Кайдалова Л.В.²,

¹Самарский государственный аэрокосмический университет им. ак. С.П. Королева
(национальный исследовательский университет), каф. физики,
Россия, 443096, г. Самара, Московское ш. 34,
тел.: (846)2674530, e-mail: kurushina72@gmail.com

²Самарский государственный университет путей сообщения, каф. высшей математики,
Россия, 443066, г. Самара, 1-й Безымянный пер. 18а

Для модели автокаталитической химической реакции (брюсселятор) с пространственно коррелированным мультипликативным шумом

$$\frac{\partial x_1}{\partial t} = A + x_1^2 x_2 - (B + 1 + \xi_1(\mathbf{r}, t))x_1 + D_1 \nabla^2 x_1, \quad \frac{\partial x_2}{\partial t} = -x_1^2 x_2 + (B + \xi_2(\mathbf{r}, t))x_1 + D_2 \nabla^2 x_2,$$

где x_1, x_2 - концентрации промежуточных компонент, D_1, D_2 - их коэффициенты диффузии, A, B_{in} - концентрации исходных веществ, причем $B_{in} = B + \xi_i(\mathbf{r}, t)$

($\langle \xi_i(\mathbf{r}, t) \rangle = 0$, $K[\xi_i(\mathbf{r}, t), \xi_{i'}(\mathbf{r}', t')] = \theta_i \Phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \delta(t - t') \delta_{ii'}$), в приближении среднего поля [1] получено двумерное нелинейное самосогласованное уравнение Фоккера-Планка:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w(x_1, x_2, t)}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \left[-A - x_1^2 x_2 + (B + 1 + \theta_1)x_1 - D_1(E(x_1 | x_2) - x_1) \right] w + \theta_1 \Phi_{1,0} x_1^2 \frac{\partial w}{\partial x_1} \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ \left[x_1^2 x_2 - Bx_1 - D_2(E(x_2 | x_1) - x_2) \right] w + \theta_2 \Phi_{2,0} x_1^2 \frac{\partial w}{\partial x_2} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$E(x_1 | x_2, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 w(x_1 | x_2, t) dx_1, \quad E(x_2 | x_1, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_2 w(x_2 | x_1, t) dx_2,$$

$$w(x_1 | x_2, t) = w(x_1, x_2, t) \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} w(x_1, x_2, t) dx_1, \quad w(x_2 | x_1, t) = w(x_1, x_2, t) \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} w(x_1, x_2, t) dx_2.$$

Численно изучены эволюционные решения уравнения (1). Показано, что в области бифуркации Тьюринга при возрастании интенсивности внешнего шума могут возникать различные типы решений: одномодальное распределение, одномодальное распределение с временной бимодальностью и сложное распределение, при котором происходит чередование одно- и бимодального распределений до установления стационарного состояния. Дана физическая интерпретация этих решений.

Литература

1. Kurushina S.E., Maximov V.V., Romanovskii Yu.M. Weiss mean-field approximation for multicomponent stochastic spatially extended systems // Phys. Rev. E **90**, 2014. 022135.