

СОЗДАНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНИКА ДЛЯ РАБОТЫ В СРЕДЕ MATHEMATICA

Зацепин М. Ф., Капустина О. М.

(Россия, Москва)

Излагается методика создания электронного учебника-ноутбука для работы в среде Mathematica. На примере решения задачи о равновесии механической системы с неударяющими связями показано, как создаются и объединяются в иерархически организованный учебник текстовые и вычисляемые его части. Представленные фрагменты учебника демонстрируют использование функций Mathematica.

И.В. Новожилов заложил основы методики использования компьютера при изучении теоретической механики в техническом вузе [1]. Студента следует научить составлять основные типы уравнений равновесия и движения механической системы, применять математический аппарат для исследования построенных уравнений и использовать вычислительные средства для приведения в действие этого аппарата. В процессе изучения теоретической механики учащийся выполняет несколько расчётно-графических работ, сложность которых адекватна использованию компьютера. С помощью современного научного программного обеспечения Maple, Mathcad, Mathematica, Matlab возможно создание электронных учебников, содержащих теоретические положения, описание условий задач, методики их решения и одновременно позволяющих проводить символьные преобразования, численные расчёты. Информацию можно представлять в аналитическом, графическом, табличном, анимированном виде, редактировать, а также пересылать и размещать в сети Интернет. Наличие обширных библиотек в указанных системах значительно сокращает вре-

ма создания электронных учебников. В настоящей работе используется система символьных вычислений Mathematica.

При изучении темы «Статика» студенты МЭИ (ТУ) решают следующую задачу.

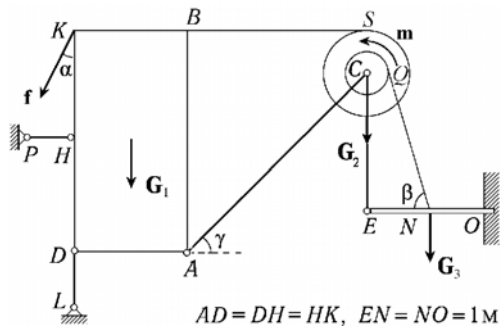


Рис.1. Схема конструкции

Находящаяся в равновесии механическая конструкция (рис.1) состоит из трёх весомых тел: прямоугольной пластины $ABKD$, блока, балки OE . Среди связей имеются две гибкие нерастяжимые нити BS и NQ . Требуется выбрать значение проекции f силы \mathbf{f} на указанное на рис.1 направление и проекцию m момента пары сил \mathbf{m} на ось, перпендикулярную плоскости рисунка и направленную на читателя, так, чтобы обе нити оказались натянутыми. При выбранных таким образом силах следует определить реакцию жёсткой заделки в точке O , усилия в стержнях AC , CE , силы натяжения нитей BS и NQ . Веса G_1, G_2, G_3 тел, углы α, β, γ , а также малый r и большой R радиусы блока известны.

Для решения задачи [2] следует освободить конструкцию от внешних и внутренних связей, заменив их силами реакций (рис.2) и считая, что нити находятся в натяжении, а затем составить уравнения равновесия пластины $ABKD$, блока, балки OE .

Система уравнений равновесия записывается в виде

$$\mathbf{AX} = f\mathbf{A}_f + m\mathbf{A}_m + \mathbf{B}, \quad (1)$$

где $\mathbf{X} = (R_1, R_2, T_1, R_3, X_0, Y_0, R_4, T_2, M_0)^T$ — столбец неизвестных ре-

акций, T — символ транспонирования; \mathbf{A} — невырожденная девятого порядка матрица коэффициентов; $\mathbf{A}_f, \mathbf{A}_m$ — столбцы коэффициентов при f, m соответственно; \mathbf{B} — столбец свободных членов.

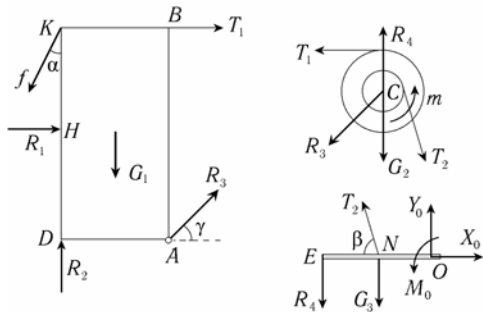


Рис.2. Схема конструкции, освобождённой от связей

Находится общее решение системы (1), зависящее от свободных неизвестных f и m :

$$\mathbf{X} = f\mathbf{A}_f^* + m\mathbf{A}_m^* + \mathbf{B}^*, \quad (2)$$

где $\mathbf{A}_f^* = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_f$, $\mathbf{A}_m^* = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_m$, $\mathbf{B}^* = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$, \mathbf{A}^{-1} — матрица, обратная матрице \mathbf{A} .

Силы натяжения нитей направлены от тел, к которым они прикреплены, поэтому проекции сил натяжения T_1, T_2 на эти направления должны быть положительны. Из (2) получаем условия натяжения нитей в виде системы двух линейных неравенств относительно f и m :

$$\begin{aligned} T_1 &= fa_{3f}^* + ma_{3m}^* + b_3^* > 0, \\ T_2 &= fa_{8f}^* + ma_{8m}^* + b_8^* > 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $a_{3f}^*, a_{3m}^*, b_3^*$ — элементы третьей строки столбцов $\mathbf{A}_f^*, \mathbf{A}_m^*, \mathbf{B}^*$ соответственно; $a_{8f}^*, a_{8m}^*, b_8^*$ — элементы восьмой строки столбцов $\mathbf{A}_f^*, \mathbf{A}_m^*, \mathbf{B}^*$ соответственно.

Чтобы решить задачу следует выбрать какое-либо решение (3) и вычислить по (2) реакции связей.

Для выполнения задания в среде Mathematica создан электронный учебник-ноутбук. Учебник содержит набор ста однотипных заданий, описание методики решения задачи с гипертекстовыми справочными ссылками, разобранный пример. Студент самостоятельно составляет систему уравнений равновесия конструкции своего варианта, а программу учебника использует как шаблон.

Программа-ноутбук системы Mathematica — структурированный интерактивный документ, имеющий на экране монитора вид множества согласованных ячеек (рис. 3). Каждая ячейка обладает своим стилем, обозначаемым соответствующей скобкой справа. Верхние две ячейки на рис. 3 — текстовые. В такие ячейки помещают обычный текст, формулы, рисунки, таблицы. Нижняя ячейка на рис. 3 — ячейка ввода. Ячейки ввода содержат выражения Mathematica и могут быть исполнены. Например, в результате работы нижней ячейки на рис. 3 в память компьютера вводятся числовые значения параметров. Ячейки ввода при выполнении могут создавать ячейки вывода с порождёнными результатами.

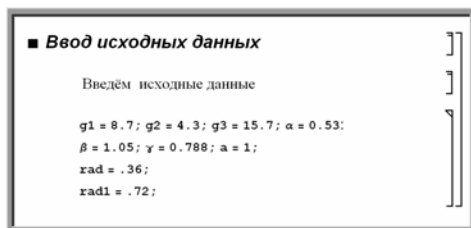


Рис. 3. Группа ячеек

Возможно объединение ячеек в группы, отмечаемые скобкой, охватывающей объединённые ячейки справа (рис. 3). Группу ячеек можно закрыть так, что будет видна только верхняя ячейка — заголовок. В таком случае справа помещается скобка с треугольником внизу (рис. 4), показывающая, что охватываемая ею ячейка — заголовок группы. Группируя ячейки, можно сформиро-

вать учебник сложной иерархической структуры в виде глав, параграфов, пунктов и т.д.

Mathematica позволяет устанавливать гиперсвязи между частями одного ноутбука, различными ноутбуками, ноутбуками и веб сайтами. С помощью гиперсвязей создаётся справочная система учебника.

Рассматриваемый учебник состоит из четырех разделов, представленных на рис. 4.

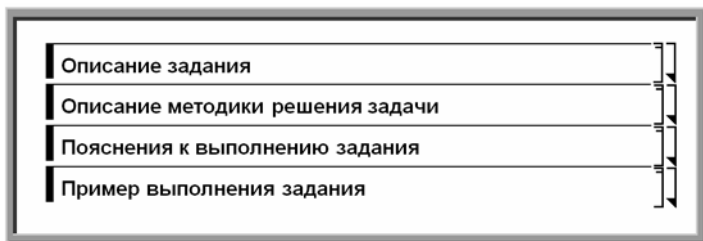


Рис. 4. Содержание учебника

Разделы делятся на подразделы. На рис. 5 показано содержание раздела «Описание методики решения задачи».

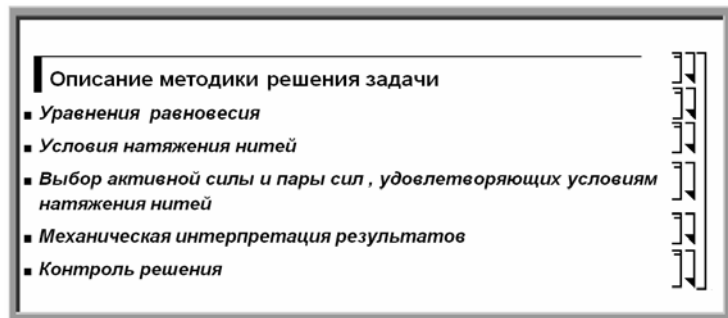


Рис. 5. Содержание раздела «Описание методики решения задач»

В подразделе «Выбор активной силы и пары сил, удовлетворяющих условиям натяжения нитей» разобраны различные случаи решения системы двух линейных неравенств (3). Один из

таких случаев представлен на рис. 6. Нижняя ячейка на рис. 6 содержит график, построенный с помощью функции InequalityPlot.

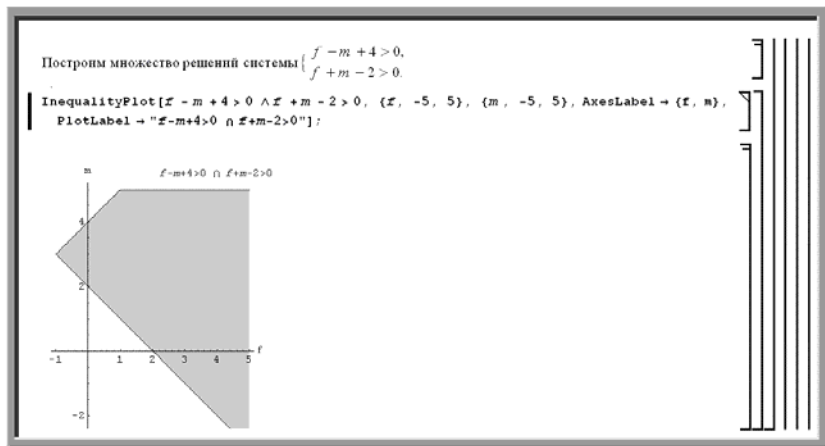


Рис. 6. Фрагмент подраздела «Выбор активной силы и пары сил, удовлетворяющих условиям натяжения нитей»

В учебник включён пример выполнения задания. Составляются и вводятся в память компьютера уравнения равновесия (1).

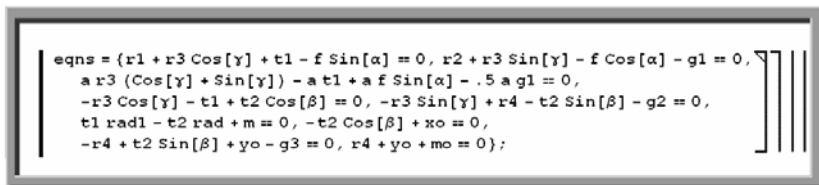


Рис. 7. Ввод уравнений равновесия конструкции

Решение (2) находится двумя способами: с помощью функции Solve (рис. 8) и методами матричной алгебры. Нижняя ячейка на рис. 8 — ячейка вывода, созданная верхней ячейкой ввода во время выполнения.

Для определения точек множества решений системы неравенств (3), представленного на плоскости Ofm (рис. 9), используется функция FindInstance. По (2) затем вычисляются реакции свя-

зей. Результаты выводятся в аналитическом виде (рис. 10).

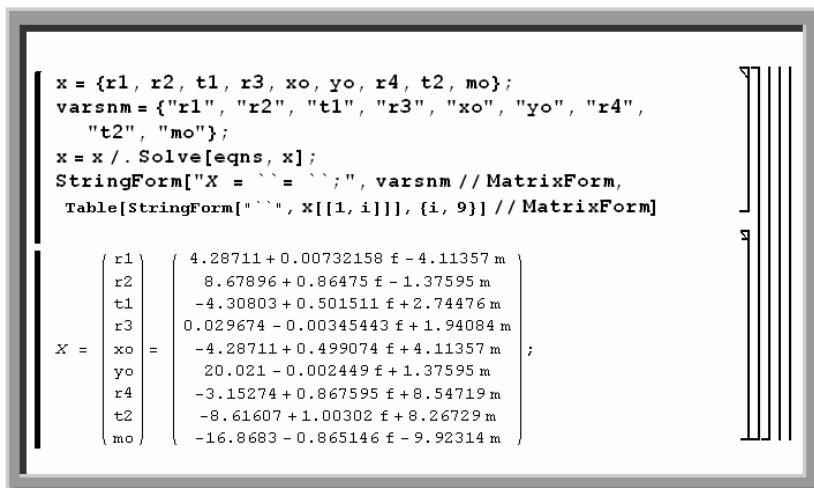


Рис. 8. Программа нахождения решения (2) и результат её выполнения

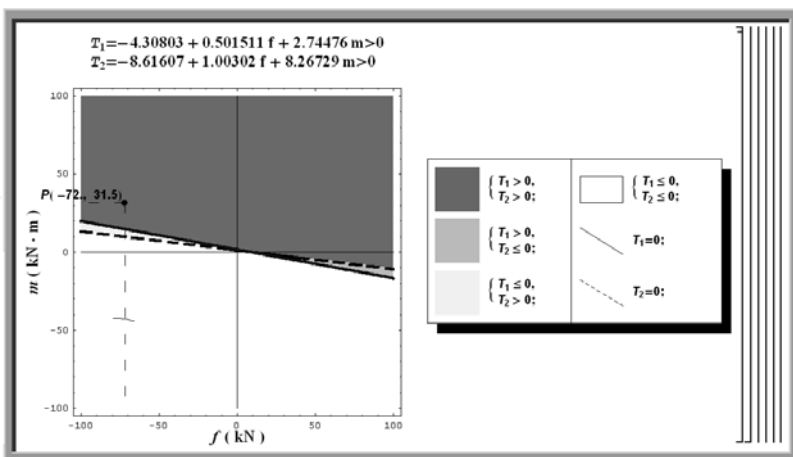


Рис. 9. Множество решений системы неравенств (3)

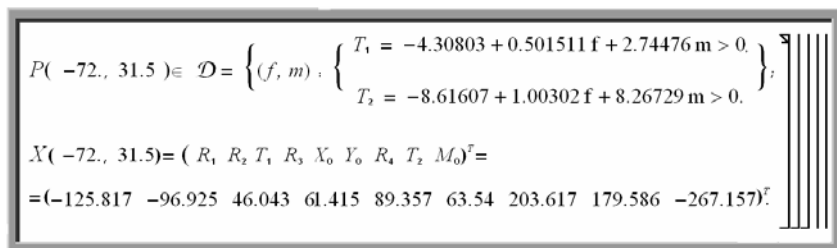


Рис. 10. Результат выполнения программы

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новожилов И.В., Зацепин М.Ф. Типовые расчёты по теоретической механике на базе ЭВМ. — Москва : Высш. шк., 1986. — 136 с.
2. Зацепин М.Ф., Капустина О.М. Решение задач статики системы с неупругими связями с помощью «МАТЕМАТИКА» // Сборник научно-методических статей. Теоретическая механика. М.: Изд-во МГУ, 2006. Вып. 26. С. 61-70.

THE ELECTRON BOOK FOR WORKING IN MATHEMATICA ENVIRONMENT CREATING

Zatsepin M.F., Kapustina O.M.

(Russia, Moscow)

The electron book-notebook for working in Mathematica environment creating methodic is described. By means solving mechanical system with unilateral constraints equilibrium task example there is shown how to create the text and the evaluatable parts and to group them into hierarchical organized book. The represented book's fragments demonstrate Mathematica functions using.