

О НЕОБХОДИМОСТИ НЕКОТОРЫХ ИЗМЕНЕНИЙ В СОДЕРЖАНИИ И МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ НА ФАКУЛЬТЕТЕ ИНФОРМАТИКИ

Садулаева Б. С.

(Россия, Челябинск)

Информатика является наиболее изменчивой образовательной областью. В статье рассматривается математический компонент на факультете информатики в сегодняшнем состоянии, обосновывается необходимость его изменения в направлении нечисленной (информатической) математики, которая базируется на логике, дискретной математике, абстрактной алгебре.

С момента своего появления, около пятидесяти лет назад, информатика стала определяющей технологией нашего времени. Компьютеры превратились в неотъемлемую часть современной культуры, и являются движущей силой экономического роста во всем мире. Более того, эта область продолжает развиваться с поразительной скоростью. Постоянно появляются новые технологии, а существующие технологии становятся устаревшими практически сразу после возникновения.

Развитие информационных и коммуникационных технологий принципиально повлияло на содержание математического знания. Новое содержание математического образования проявилось в курсе информатики, сразу при введении информатики в школу. Этому способствовал тот факт, что школьной информатикой занимались настоящие математики. Авторами первого массового учебника по информатике стали А.П. Ершов, А.Г. Кушниренко, Г.В. Лебедев, А.Л. Семенов и А.Х. Шень.

Ими был сделан акцент на культуру алгоритмического мышления, как специальный вид математического [1].

Математика все больше делится на две области с разными аппаратами и ценностями — численную и нечисленную. В преподавании математики студентам-информатикам мы предлагаем сделать акцент на нечисленной математике, которая поддерживает нынешние технологии индустриального программирования, наиболее близка к специальности информатика и станет полезной при изучении дисциплин информатики. Развитие и расширение основ «компьютерной» *«информатической»* математики [1] должно стать основным направлением развития математического образования в ближайшие годы. Информатикам наиболее присущи такие разделы, как множества, отношения, методы доказательства, основы вычислений, основы логики, графы и деревья, дискретная математика. Информатику интересен вопрос существования или не существования эффективных алгоритмов вычисления определенных величин, поэтому важно сделать акцент на элементы дискретной математики, математической логики и алгебры, теории чисел как можно раньше, предпочтительно в первый год обучения. А поскольку эти дисциплины изучаются на втором курсе и позже, мы постарались интегрировать часть материала по этим разделам в самом начале курса математики, и в том объеме, чтобы студенты могли лучше понять, как математические инструменты применяются в практическом контексте информатики.

Государственный стандарт образования дает описание минимальных обязательных требований к учебной дисциплине, которые могут варьироваться в зависимости от целей и методов преподавания. *При формировании содержания образования в каждом конкретном случае необходим учет современных условий; образовательных потребностей студентов; профессорско-педагогического состава данного вуза; требований региона (края).*

В преподавании математики на факультете информатики мы используем модульное представление содержания учебного материала и рейтинговую систему контроля знаний.

Курс математики состоит из 7 модулей: элементы теории множества и целочисленные функции; последовательности, числовые ряды, суммы и рекуррентности; элементы линейной алгебры и аналитической геометрии; функции, дифференциальное исчисление функции одной переменной; интегральное исчисление функции одной переменной; дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных, кратные интегралы; дифференциальные уравнения, элементы теории функции комплексной переменной, функциональные ряды.

В первом модуле мы рассмотрели *множества*, операции над множествами, *произведение множеств*, *отношения на множествах*. Множества используются, чтобы обратить внимание студентов на взаимосвязь между математическими формулировками и представлением данных. После прояснения трудностей, связанных с представлением данных как множеств, естественен переход к *мультимножествам* (наборам) и *кортежам*. Полезно, как можно раньше, рассмотреть задачи на определение числа возможных конечных множеств или кортежей с заданными свойствами, которые можно построить между двумя конечными множествами. *Отношение* можно рассматривать как *файл* определенного типа. Такой *файл* состоит из последовательности *записей*, по одной на каждый кортеж, причем не должно быть одинаковых *записей*. Все *записи* должны иметь одинаковое число *полей* для представления *атрибутов*. В одноименных *полях* различных *записей* должна храниться информация одного и того же типа соответствующего заданному типу *атрибута*. Если представить *реляционную модель базы данных* в виде конечного набора конечных отношений, то над отношениями реляционной модели можно осуществлять различные алгебраические и логические операции. Тем самым, реляционная модель стала областью приложения дискретной математики и математической логики [2].

Нужно отметить, что материал данного модуля, примеры, приведенные здесь и далее, максимально приближены к языку и задачам информатики.

Для иллюстрации многих задач мы используем графы, хотя

более подробно с теорией графов студенты знакомятся в курсе дискретной математики на втором курсе. Вершинами графа могут быть операторы программы или команды операционной системы, контактные площадки на плате компьютера, узлы транспортной или электрической сети, события в любой сфере человеческой деятельности. Рёбра или дуги графа можно рассматривать как связи операторов программы, связи команды операционной системы, связи контактных площадок на плате компьютера, узлов в транспортной или в электрической сети, а также причинно-следственные связи событий в любой сфере человеческой деятельности [2].

Один из важнейших методов получения результатов, связанных со свойствами элементов конечных множеств — метод математической индукции. Метод математической индукции — общий метод доказательства корректности любого алгоритма, его можно считать алгоритмической процедурой доказательства, он практически присущ информатикам, и ему целесообразно уделить больше внимания [3].

Также в первом модуле курса математики мы рассматриваем треугольник Паскаля, золотое сечение, числа Фибоначчи, модулярную арифметику, округление чисел, количество целых чисел в заданном промежутке, целочисленные функции — пол и потолок числа. К некоторым из этих вопросов студенты возвращаются позже в курсе абстрактной и компьютерной алгебры [4].

Элементы комбинаторики часто используются в приложениях к теории графов, к трассировке вычислений, к построению языков программирования, к переводу, к машинной графике. В курсах математической логики и теории вероятностей понятия *перестановки*, *сочетания*, *размещения* вводятся как количество комбинаций, которые можно составить из элементов конечного множества. Если рассмотреть перестановки как биективное отображение конечного множества на себя и представить их в *матричной и циклической форме* [3], то значительно проще найти композицию перестановок, выделить цикл и определить его дли-

ну. Такое представление материала станет полезным и при изучении дисциплин информатики.

Второй модуль «Числовые ряды и рекуррентности» начинается с изучения последовательности, предела последовательности и исследования числовых рядов. Затем вводится понятие рекуррентности (возвратное соотношение или рекурсивность). *Известная задача о ханойской башне* приводит к решению рекуррентного соотношения. Эта задача придумана французским математиком Эдуардом Люка в 1883 г. и является уменьшенным аналогом мифической легенды о башне Брамы, состоящей из 64 дисков [3].

Задача. На один из трех колышков нанизаны восемь дисков в порядке уменьшения. Необходимо переместить всю башню на один из других колышков, перенося каждый раз только один диск и не помещая больший диск на меньший. Задача состоит в том, чтобы определить необходимое и достаточное количество перекладываний дисков для перемещения башни на другой колышек.

Задачу можно обобщить для произвольного числа n и решить ее сначала для случаев 0, 1, 2, 3 дисков, т.е. рассмотреть крайние и частные случаи. Ясно, что для перемещения $n = 0$ дисков нужно сделать $T_0 = 0$ перекладываний дисков, для $n = 1$ дисков нужно предварительно переместить $n - 1$ дисков $n = 1$ дисков потребуется $T_1 = 1$ перекладываний. Для перемещения на средний колышек, сделав при этом T_{n-1} перекладываний, затем переложить самый большой диск – одно перекладывание и, наконец, помещаем $n - 1$ меньших дисков на большой, что потребует еще T_{n-1} перекладываний. После некоторых рассуждений приходим к решению, которое задается рекуррентным соотношением:

$$T_0 = 0, \quad T_n = 2 T_{n-1} + 1, \quad n > 0.$$

Для достаточно большого числа n пользоваться рекуррентностью было бы утомительно, т.к. необходимо предварительно вычислить все $n - 1$ предыдущих членов. На самом деле, рекуррентность дает только косвенную, локальную информацию, по-

этому логично искать решение в более компактном виде, независящем от числа перекладываний $n - 1$ дисков. Решение рекуррентного соотношения в «замкнутой форме» позволяет вычислить число перекладываний T_n быстро, при любом n и дает представление о T_n .

Одним из способов решения рекуррентного соотношения является установление (угадывание) решения по частным и крайним случаям, с последующим доказательством того, что это решение верно для любого числа n . Этот способ, как известно, называется методом математической индукции. Методом математической индукции доказываем, что выражение $T_n = 2^n - 1$ является решением задачи.

На примере данной задачи мы рассмотрели и другие методы решения рекуррентных соотношений: *репертуарный метод и метод суммирующего множителя*.

Метод «быстрой сортировки» — один из наиболее популярных методов внутренней сортировки данных в компьютере. Среднее число выполняемых «быстрой сортировкой» шагов сравнения, когда она применяется к n элементам данных, расположенных в случайном порядке, удовлетворяет некоторому рекуррентному соотношению. К решению этой задачи студенты проявляют живой интерес.

При решении задач данными методами мы устанавливаем, что между рекуррентностями и суммами существует тесная связь, и переходим к рассмотрению законов и свойств, которым подчиняются суммы.

Информатики оперируют дискретными величинами, чаще в задачах требуется найти сумму ряда, нежели исследовать ряд на сходимость. Поэтому немаловажно знать некоторые методы вычисления сумм: метод приведения, метод замены сумм интегралами, кратные суммы, кратные суммы при ограничении области изменения индексов, вычисление кратной суммы с изменением порядка суммирования.

В третьем модуле изучаются элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Решение задач по этому разделу проводится и традиционным способом и в пакете Mathematica 5, который студенты изучили в курсе программирования в самом начале семестра. Последние два модуля изучаются также.

В модуле 4 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» наряду с аналитическим определением производной функции рассматриваем *теорию исчисления «конечных разностей»* [3]. Построение графика, исследование функции и другие задачи также решаются в пакете Mathematica 5.

В модуле 5 «Интегральное исчисление функции одной переменной» вводится определение *оператора, обратного к разностному оператору*. [3]. Также мы рассмотрели элементы формального интегрирования [4].

При отборе содержания образования были использованы три базовых дидактических элемента: дидактические *основания отбора, принципы отбора и критерии отбора*.

Для того чтобы научить студентов справляться с изменениями в области информатики, необходимо привить им такое отношение к учебе, которое обеспечит их стремление к самосовершенствованию на протяжении всей карьеры.

Изменчивость информатики мотивирует к изменению содержания и стратегии преподавания, смещению фокуса с конкретных быстроустаревающих педагогических технологий, к моделям обучения, которые поощряют студентов самостоятельно приобретать новые знания и навыки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Журавлев, Ю.И. Фундаментально-математический и общекультурный аспекты школьной информатики //Информатика.2007. Т. 531, № 2. С. 21–29.
2. Пономарёв, В.Ф. Дискретная математика для информатиков – экономистов. Учебное пособие. — Калининград: КГТУ, 2002.

- 254с.
3. Грэхем, Р. Конкретная математика. Основание информатики. /Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. — М. Мир, 1998. — 703с.
 4. Кнут, Д. Э. Искусство программирования. Основные алгоритмы: в 3 т. /Кнут Дональд Э. — М.; СПб.; Киев: Изд. дом «Вильямс», 2001. — Т.1., 702с.
 5. Матрос, Д. Ш. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры. /Матрос Д. Ш., Поднебесова Г. Б. — М. АCADEMIA, 2004. — 237с.

**ABOUT THE NECESSITY OF SOME CHANGES IN THE
CONTENT AND METHODS OF TEACHING MATHEMATICS
ON THE FACULTY OF COMPUTER SCIENCE**

Sadulaeva B. S.

(Russia, Chelyabinsk)

Computer science is one of the most changeable spheres of education. The mathematical component on the Faculty of Computer Science nowadays is the main subject of the article. The necessity of its changing to the direction of non-numerical (informatical) Mathematics which is based on Logics, Discrete Mathematics and Abstract Algebra is proved in the article.