КРАЕВАЯ ЗАДАЧА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ДАННЫМИ

Харитонова Е.В.

Южно-Уральский государственный университет
Россия, 454080, Челябинск, пр. Ленина 76, +7-351-267-9465,
alena@math.susu.ac.ru

Пусть $x(t) \in C^n_{[a,b]}$, $L(x)$ - линейное дифференциальное выражение с непрерывными на промежутке $[a,b]$ коэффициентами $p_i(t), i = 1,2,..., n-1$

$$L(x) = x^{(n)} + p_{n-1}x^{(n-1)} + ... + p_1 x' + p_0 x \ .$$

Линейной краевой задачей будем называть задачу

$$L(x) = 0, U_i(x) = u_i, i = 1,2,...,n \ , \qquad (1)$$

где $U_i(x)$ - линейные в $C^{n-1}_{[a,b]}$ функционалы.

Пусть $g_i(t)$ - интегрируемые на $[a,b]$ линейно независимые функции. Задачу (1) назовем задачей с *распределенными* данными, если

$$U_i(x) = \int_a^b g_i(t)x(t)dt \ .$$

Задача (1) называется задачей Валле-Пуссена, если

$$U_i(x) = U_j^s(x) = x^{\{s\}}(t_j),\ s = 0,1,..., r_j,\ j = 1,2,..., k, \sum r_j = n \ .$$

$$a \le t_1 < t_2 < \ldots < t_k \le b$$

Задача Валле-Пуссена называется *простой,* если $k = n, r_j = 1 \ \forall j$, т.е. $U_i(x) = x(t_i)$. Известно, что простая задача Валле-Пуссена однозначно разрешима для любых t_j и u_j, если фундаментальная система решений $\varphi_i(t), i = 1,2,..., n$ уравнения $L(x) = 0$ обладает свойством чебышевости.

Теорема. *Если фундаментальная система решений* $\varphi_i(t), i = 1,2,..., n$ *уравнения* $L(x) = 0$ *обладает свойством чебышевости, и определитель вспомогательной системы не обращается в ноль, то задача с распределенными данными эквивалентна некоторой простой задаче Валле-Пуссена, и, следовательно, однозначно разрешима для любых значений* u_i.

Литература.

Ф. Хартман. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Мир, 1970, 720 с.