ПЕРИОДИЧЕСКАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ХИЛЛА В СЛУЧАЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА

Чуйко С.М., Старкова О.В., Кулиш П.В.

Донбасский государственный педагогический университет;
Украина, 84112, Донецкая обл., г. Славянск, ул. Лозановича, 14-31;
e-mail: chujko-slav@inbox.ru

Исследована задача о нахождении решений $y(t,\varepsilon) \in C^2[0,2\pi],\ C[0,\varepsilon_0]$ периодической краевой задачи [1] для уравнения Хилла

$$y''+y=f(t)+\varepsilon Y(y,\mu,t,\varepsilon), \qquad (1)$$

которые при $\varepsilon=0$ обращаются в решение $z_0(t)\in C^2[0,2\pi]$ порождающей задачи

$$y_0''+y_0=f(t), \quad f(t)\in\mathbb{R}^n.$$

Здесь $Y(y,\mu,t,\varepsilon)$ – нелинейная функция, непрерывно дифференцируемая по первому и второму аргументам в малой окрестности решения порождающей задачи и точки $\mu_0:=\mu(0)$, по малому параметру ε на отрезке $[0,\varepsilon_0]$, а также непрерывная по независимой переменной на отрезке $[0,2\pi]$. Предположим, что выполнено условие [1] разрешимости порождающей задачи. Нами получены необходимые условия существования решения периодической задачи для уравнения Хилла (1).

Лемма. *Если периодическая задача для уравнения (1) в малой окрестности порождающего решения*

$$y_0(t,c_0(\varepsilon)):=c_0(\varepsilon)\ \cos\ t+g\big[f(s)\big](t)$$

и функции $\mu_0(\varepsilon)$ *имеет решение, при* $\varepsilon=0$ *обращающееся в порождающее, то вектор* $\tilde c_0(\varepsilon):=\mathrm{col}(c_0(\varepsilon),\mu_0(\varepsilon))\in\mathbb{R}^2$ *удовлетворяет уравнению для порождающих констант*

$$F(\tilde c_0(\varepsilon)):=\int_0^{2\pi} Y(y_0(s,c_0(\varepsilon)),\mu_0(\varepsilon),s,\varepsilon)=0.$$

Здесь $g\big[f(s)\big](t)$ – оператор Грина задачи Коши для порождающей задачи. Нами получены достаточные условия существования по меньшей мере одного решения периодической задачи для уравнения Хилла (1) в случае простых корней уравнения для порождающих констант, обобщающие соответствующие результаты [1,2].

Литература.

1. *Boichuk A.A., Samoilenko A.M.* Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems. – Utrecht; Boston: VSP, 2004. 317 p.
2. *Чуйко С.М., Кулиш П.В.* Линейная нетерова краевая задача в случае параметрического резонанса // *Труды ИПММ НАН Украины* Т. 24, 2012. Стр. 243 – 252.