

МОДЕЛЬ ХИЩНИК-ЖЕРТВА С УЧЕТОМ ТАКСИСА

Горбунова Е.А.

Санкт-Петербургский государственный университет, ф-т прикладной математики – процессов управления, каф. вычислительных методов механики деформируемого тела, Россия, 198504, г. Санкт-Петербург, ул. Чичеринская, д.11, корп.2, кв.6, Тел.: 89119009746, E-mail: katzah@mail.ru

В работе рассматривается математическая модель взаимодействия хищника и жертвы, в которой учитывается таксис:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_1}{\partial t} &= D_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + f_1(u_1, u_2) - \beta_1 \frac{\partial}{\partial x} \left(u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} &= D_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + f_2(u_1, u_2) - \beta_2 \frac{\partial}{\partial x} \left(u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right),\end{aligned}\tag{1}$$

где $f_2(u_1, u_2) = -\gamma u_2(\alpha - u_1)$, а в качестве функции $f_1(u_1, u_2)$ рассматриваются 3 модели:

1. Мальтус - $f_1(u_1, u_2) = u_1 - u_1 u_2$,
2. Ферхюльст - $f_1(u_1, u_2) = u_1(1 - u_1) - u_1 u_2$,
3. Базыкин - $f_1(u_1, u_2) = u_1^2(1 - u_1) - u_1 u_2$.

В этих уравнениях u_1 и u_2 - плотности жертвы и хищника, D_1 и D_2 - коэффициенты диффузии. В зависимости от знаков параметров β_1 и β_2 здесь закладываются различные варианты направленного движения хищника и жертвы по отношению друг к другу. В качестве граничных условий брались следующие

$$\text{при } x = 0 : u_1 = 0, u_2 = 0; \text{ при } x = l : \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0, \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0.$$

Система уравнений решалась с применением метода Бубнова и конечноразностного метода. В методе Бубнова решение представлялось в виде тригонометрических рядов.

$$u_1 = \sum_{i=0}^k A_i(t) \sin(i+1/2)\pi x/l, \quad u_2 = \sum_{i=0}^k B_i(t) \sin(i+1/2)\pi x/l.$$

В конечноразностном методе использовалась неявная разностная схема. На каждом временном шаге решение системы алгебраических уравнений искалось методом простой итерации. Результаты решения задач обоими методами при 50 точках разбиения отрезка интегрирования в методе сеток и при трех членах разложения в методе Бубнова практически совпали. Как следует из полученных численных и аналитических результатах при больших значениях коэффициентов D_1 и D_2 тривиальные решения, являющиеся решением поставленной задачи, могут оказаться устойчивыми, т.е. как жертва, так и хищник могут погибнуть.