МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Силаев Д.А., Синицын В.В., Султанов И.А., Тычкин А.А.

(Москва)

Мир описывается дифференциальными уравнениями. Мы построили машину, которая с огромной скоростью решает дифференциальные уравнения. Это значит, что из этого зала мы будем управлять миром.

Джон фон Нейман

(Alan. M. Turing Computing machinery and Intelligence. Mind, t.59 (1950), p.433-460)

Objects and laws of dynamic processes on stochastic continua of the real bodies mechanics are investigated theoretically and numerically. The system of the differential equations, describing these destruction processes, was designed before by school Bogolyubov-Ogibalov [1,2]. We researched the system in the supposition, that the contribution, imported by elastic deformation, was disappear small. It is shown that the area between the close disposed plastic deformation "ochags" (epicentrum) is promptly transmuted into a zone of an intensive structural dissipation.

В последние годы в мире отмечается быстрый рост потока катастрофических событий на экологически опасных объектах, прежде всего на оборудовании, содержащем под давлением экологически вредные, токсичные и пожароопасные среды.

По оценкам западных специалистов, занимающихся страхованием такого оборудования, количество катастрофических событий с ущербом более 0,5 млн. долларов США удваивается каждые пять лет. Если не будут предприняты усилия специалистов и не проведены серьезные национальные и международные программы, то в первой четверти XXI века прогнозируется практически вертикальный старт потока экологических катастроф (анализ данных по потоку катастрофических событий на экологически опасных объектах проведен по материалам “Journal of Hazard Risk” и “Вестник Всероссийского пожарного общества”).

Основные причины такого критического положения – рост единичной мощности технологических объектов, широкое распространение новых экологически опасных технологий с интенсивными технологическими параметрами (высокие температуры, давления, интенсивные радиационные и коррозионные воздействия на конструкции и др.).

Создание для предприятий и объектов, содержащих ответственное (трубопроводы, сооружения) и потенциально опасное (экология, токсичность) оборудование, информационно - диагностических систем неразрушающего контроля прочности и определение степени риска дальнейшей эксплуатации этого оборудования является актуальной задачей. На наш взгляд, в основу построения такой системы неразрушающего контроля прочности должен быть положен ***мониторинг диссипативных процессов***, происходящими в очагах пластической деформации (ОПД) в оборудовании под нагрузкой.

Нелинейная механика пластического деформирования и разрушения создана школой Н.Н.Боголюбова-П.М.Огибалова [1-2] с целью описать физико-механические процессы необратимого деформирования тел ОПД. Очаги пластической деформации - относительно малые зоны, в которых под нагрузкой протекают диссипативные процессы. Процесс слияния ОПД происходит лавинно, по типу коллапса, и приводит к разрушению реальных тел. Напряжение, скорость пластической деформации, скорость генерации энтропии и другие основные физические и механические величины в ОПД в ряде случаев на порядки превосходят значения этих величин в остальном нагруженном теле.

Открытие и первые научные наблюдения явления акустической эмиссии от очагов пластической деформации были выполнены отечественными учеными (М.В.Классен-Неклюдова, 1929 г.[3]). Очаги пластической деформации наблюдали экспериментально [4] как основное свойство сыпучих и геофизических сред, когда при сверхкритических деформациях возникают поверхности скольжения, вдоль которых отдельно смещающиеся слои движутся как целое, образуя блоки консолидации Садовского [5], в отличие от блоков расчленения, оконтуренных трещинами. Впервые сверхпластические S-состояния (однородные по напряжению состояния очагового вакуума) наблюдали при пластическом течении стали в опытах по ее растяжению под высоким давлением [6, 7].

Следуя работам Филоненко-Бородича и Огибалова [8,9], процессы необратимого деформирования тел, населенных очагами пластической деформации, в существенном описываются одномерной системой уравнений:

$$\rho \frac{D\tilde{v}}{D\tilde{t}} = \frac{\partial \tilde{\sigma}}{\partial \tilde{x}}, \tag{1}$$

уравнение сохранения импульса:

$$\frac{D\left(\frac{\tilde{\sigma}}{\rho s^2} + Э\right)}{D\tilde{t}} = \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}}, \tag{2}$$

уравнение совместности скоростей и деформаций, интегралом которого является уравнение неразрывности,

$$\frac{DЭ}{D\tilde{t}} = H(\tilde{\sigma}), \tag{3}$$

где $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} + \tilde{v}\frac{\partial}{\partial \tilde{x}}$ - субстанциональная (Эйлерова) производная по времени; $\tilde{\sigma}(\tilde{x},\tilde{t})$ - напряжение; $\tilde{v}(\tilde{x},\tilde{t}) = \frac{D\tilde{u}}{D\tilde{t}}$ - скорость; $\tilde{u}(\tilde{x},\tilde{t})$ - перемещение; $\rho(\tilde{\sigma})$ - плотность; $s(\tilde{\sigma})$ - скорость звука; $Эc = \frac{\tilde{\sigma}}{\rho s^2} + Э = -\ln(1 - \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}}) = -\ln(1-\varepsilon)$ - сумма упругой $\frac{\tilde{\sigma}}{\rho s^2}$ и пластической (необратимой) $Э$ логарифмических деформаций.

Представлен изотермический случай процесса. В силу малости ОПД из-за высоких градиентов температуры принято допущение постоянства температуры в ОПД и равенство ее температуре окружающей среды.

Уравнения сохранения замыкаются в рамках процедуры динамической калибровки при стохастической аппроксимации полей скоростей пластической деформации гипотезой $H(\tilde{\sigma})$.

Сверхпластический и пластический континуум заданы, например, гипотезой (4), учитывающей влияние напряжений на процессы, протекающие в ОПД при $\tilde{\sigma} >> \frac{R\theta}{V}$. Таким образом, гипотеза (4) задает положительно определенный неограниченный континуум Орована-Гиббса [2, 10]:

$$H(\tilde{\sigma}) = H_0 \exp\left(-{(Q-\tilde{\sigma}V)}\big/{R\theta}\right) \tag{4}$$

где H_0, V, Q - характеристики материала; θ - абсолютная температура; R - постоянная Больцмана.

Система одномерных уравнений (1) - (3) выдерживает подстановки, образующие непрерывные группы подстановок, которые, в том числе, произвольно смещают решения по координате и времени. На континууме (4) допустим произвольный сдвиг $\tilde{\sigma}_c$ по напряжению с соответствующим изменением масштабов времени и расстояния. На ряде континуумов допустим произвольный сдвиг по скорости $\tilde{v}_{ck}$.

С учетом этих теоретико-групповых свойств уравнений (1) - (3) вводятся безразмерные переменные [2]:

$$x = \frac{\tilde{x} - \tilde{x}_{ck}}{L_k}; \quad t = \frac{\tilde{t} - \tilde{t}_{ck}}{T_k}; \; \sigma = \frac{\tilde{\sigma}_k - \tilde{\sigma}_{ck}}{G_k}; \quad v = \frac{\tilde{v}_k - v_{ck}}{a_k} \tag{5}$$

$$a_k = \sqrt{G_k \big/ \rho}; \quad G_k = R\theta \big/ V; \quad T_k = H(\tilde{\sigma}_{ck}); \quad L_k = a_k T_k \tag{6}$$

Здесь L_k - масштаб расстояния, T_k - масштаб времени, G_k - масштаб напряжения, a_k - масштаб скорости.

Элементарные решения нумерованы индексом k в порядке возникновения этих решений. Каждое элементарное решение является локальным нелинейным возмущением состояния очагового вакуума (*s*-состояния).

Подстановки (5) дают безразмерную систему одномерных уравнений нелинейной механики пластического деформирования и разрушения:

$$\frac{d}{dt}m^2\sigma + h(\sigma) = v', \ \frac{dv}{dt} = \sigma' \quad \frac{dЭ}{dt} = h(\sigma), \tag{7}$$

где $h(\sigma) = H(\sigma)T_k$.

Каждая стандартная (квазифундаментальная) функция - решение безразмерной системы (7) путем применения допустимых групп подстановок, порождает соответствующий класс размерных решений. Общее решение системы (1) - (3) построено в виде стохастической суммы (*k* - индекс суммирования) на множестве этих классов [2, 11, 12].

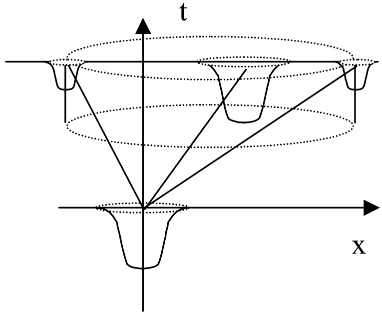

Рис. 1. Пространственно-временная структура элементарного решения

Система уравнений имеет три характеристики; вдоль этих характеристик распространяются волны, их также три. Крайние волны малой амплитуды ранее трактовались как упругие акустические. Вообще говоря, это не точно, т.к. реальные тела описываются уравнениями с диссипацией. Пластическая диффузная волна, распространяющаяся вдоль средней характеристики - главный компонент системы и является носителем основной части диссипации. При переходе к многомерной задаче две крайние характеристики являются сечением характеристического конуса плоскостью *(X, t)*. Звуковые возмущения тогда будут распространяться по характеристическому конусу (рис. 1).

Изучение решений системы уравнений нелинейной механики пластического деформирования и разрушения могут служить основанием процедуры динамической калибровки стохастических процессов в очагах пластической деформации. Эта центральная проблема нелинейной механики пластического деформирования и разрушения заключается в теоретическом восстановлении стохастических физических полей по экспериментальным наблюдениям, выполненным, прежде всего, в канале акустической эмиссии. Добавляя все новые квазифундаментальные функции в фундаментальный базис, можно соответственно более точно решить эту задачу.

Численные исследования проведены на уравнении главного типа

$$\sigma'' = \frac{1}{D(\sigma)}\frac{\partial\sigma}{\partial t} + h^2(\sigma) + m^2\frac{\partial^2\sigma}{\partial t^2} + \sigma'^2 + 2h(\sigma)\frac{\partial\sigma}{\partial t} + m^4\left(\frac{\partial\sigma}{\partial t}\right)^2, \tag{8}$$

к которому сводится система (7) при $\tilde{v} << s$ (скорость значительно меньше скорости звука).

Для приближенного исследования взаимодействия нескольких, близко расположенных ОПД, из (8) получено нелинейное параболическое уравнение

$$D(\sigma)\sigma'' = \frac{\partial\sigma}{\partial t}, \quad D(\sigma) = \frac{d\sigma}{dh} \tag{9}$$

при некоторых допущениях (в случае пренебрежения упругостью): $m^2 <<\ 1$ и сохранены только основные нелинейные члены, описывающие интенсивные диссипативные процессы в ОПД.

Уравнение (9) для положительно определенного континуума Орована - Гиббса (4) принимает вид

$$\sigma'' = \exp\sigma\frac{\partial\sigma}{\partial t}, \tag{9'}$$

которое численно исследовалось при начальных и граничных условиях

$$\begin{aligned} &\sigma(x,t)_{t=0} = \sigma_0(x), \\ &\sigma(x,t)_{x=0} = \sigma(x,t)_{x=X} = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

Некоторые результаты расчетов взаимодействия близко расположенных ОПД представлены на рис. 2 -4.

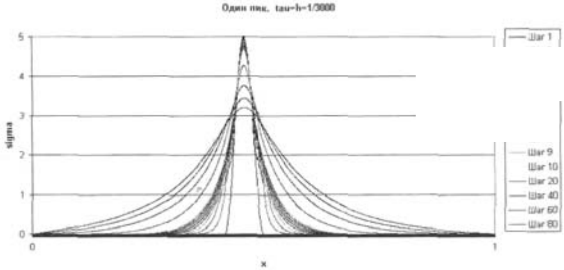

Рис. 2. Очаг пластической деформации

Расчеты показывают, что пространство между двумя очагами быстро превращается в пластическую зону предразрушения, в которой возникают ускоряющиеся диссипативные процессы.

Характерное время слияния ОПД t_0 существенно зависит от начального расстояния между очагами l и их начальных амплитуд. В логарифмических координатах $\ln l$, $\ln t_0$ график зависимости является прямой линией, проходящей через начало координат. Это свидетельствует о том, что распространение очагов пластической деформации определяется зонами твердого тела с низкими напряжениями.

Таким образом, процесс нелинейной диффузии полей напряжений и скоростей пластической деформации обеспечивают, в основном, периферийные зоны ОПД с низкими значениями этих величин. Центральные зоны ОПД в полном соответствии с принципом максимума для нелинейных параболических уравнений [13] сохраняют поля $\sigma(x,t)$ и $\dfrac{dh(x,t)}{dt}$, особенно при $\sigma >> 1$.

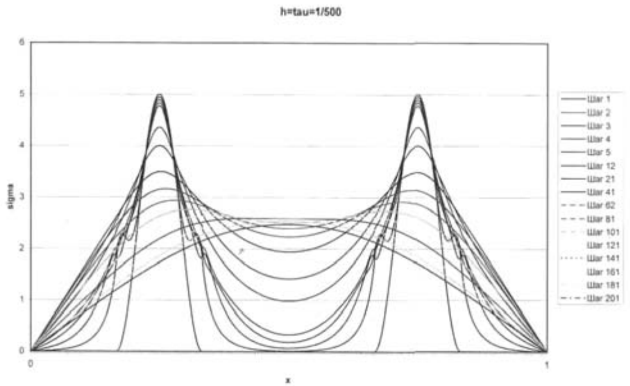

Рис. 3. Два очага пластической деформации одинаковой амплитуды

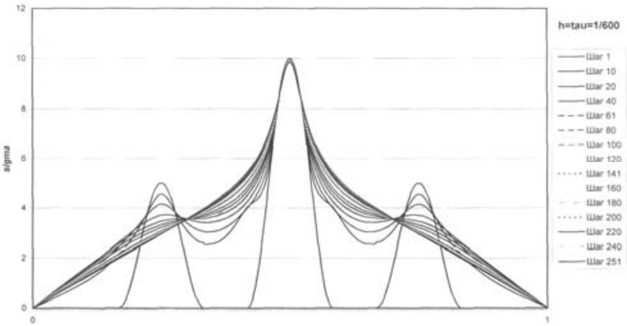

Рис. 4. Три очага пластической деформации разной амплитуды

Как следует из проведенных расчетов, процесс разрушения материала связан со слиянием двух и более близко расположенных очагов пластической деформации в одну общую зону предразрушения. Этот процесс происходит столь стремительно, что ни один из существующих методов контроля состояния материалов не в состоянии вполне адекватно отображать его динамику. Это обусловлено тем, что все известные способы и методы, как правило, позволяют лишь фиксировать с той или иной степенью достоверности текущее состояние объекта без прогнозирования динамики развития процессов разрушения.

Следовательно, мониторинг диссипативных процессов и сравнение полученных в ходе измерения данных с результатами расчетов моделей процессов разрушений в ОПД, описываемых дифференциальными уравнениями, могут обеспечить достоверный прогноз состояния материалов ответственного и экологически опасного оборудования в динамике, и тем самым создать условия для безопасной эксплуатации экологически опасных объектов.

Литература.

1. Огибалов П.М., Тамбовцев Е.П., Молодцов И.Н. Динамическая калибровка диссипации в композитных и локальных средах // Механика композитных материалов №2. - Рига: АН Лат. ССР, 1985. с.217-224.
2. Огибалов П.М., Тамбовцев Е.П., Молодцов И.Н. Динамическая калибровка диссипации в композитных и локальных средах // Механика композитных материалов №2. - Рига: АН Лат. ССР, 1985. с.217-224.
3. Klassen-Nechlüdova M. Über die springartige Deformation. // Ztsthr. Phys., Bd. 55, H 7, 1929 - s. 555-568.
4. Ревуженко А.Ф., Стажевский С.В., Шемякин Е.И. О механизме деформирования сыпучего материала при больших сдвигах. // Слабые землетрясения. - М., 1961, с. 160-164.
5. Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс.- М., 1987, - 101 с.
6. Bridgman P.W. The physics of high pressure. – London, 1952, - 445 p.
7. Бриджмен П.В. Исследование больших пластических деформаций и разрыва. – М., 1955, -444 с.
8. Филоненко-Бородич М.М. Механические теории прочности. - М.: Изд-во МГУ, 1961. - 92 с.
9. Огибалов П.М., Тычкин А.А., Тамбовцев Е.П. Математическое моделирование стохастических процессов пластического деформирования и разрушения //Труды XII Всесоюзной конференции по физике прочности и пластичности металлов и сплавов. - Куйбышев. 1989.
10. Orovan E. Problems of plastic gloving. // Proc. Phys. Sos. 62, 1940. - p. 8 -55.

11. Тычкин А.А., Силаев Д.А., Синицын В.В. О математическом моделировании стохастических процессов механики реальных тел // Научно-технический сборник 1(26) - М.: Изд-во ВУ РХБЗ, 1999.- с.277-284.
12. Синицын В.В., Тычкин А.А., Силаев Д.А. К вопросу безопасной эксплуатации экологически опасного оборудования // Научно-технический сборник 1(26). - М.: Изд-во ВУ РХБЗ. 1999 - с.153 - 156.
13. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М.: Наука, 1967.
14. Тычкин А.А., Силаев Д.А., Синицын В.В. Математическое моделирование процессов пластического деформирования и разрушения. – Упругость и неупругость, М., Изд-во МГУ, 2001, с. 450-451.
15. Silaev D.A., Sinitsyn V.V. Mathematical modeling for processes in the destruction of materials.// Book of abstracts, V International Congress on Mathematical Modelling, Dubna, 2002, v. 1, p. 237.