МЕТОД СИНТЕЗА АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ВЗАИМОСВЯЗАННЫМИ СИСТЕМАМИ С ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Лыченко Н.М.

(Бишкек)

Предложена процедура синтеза оптимального управления взаимосвязанными нелинейными динамическими системами большой размерности. Синтез алгоритмов базируется на методе декомпозиционно-координационной оптимизации с адаптацией критерия [1] в двухуровневой структуре решения, в соответствии с которым на верхнем уровне фиксируются координирующие переменные, а на нижнем уровне решается ряд независимых оптимизационных подзадач. Для их решения предложено использовать параллельные вычисления. В результате вычислительные свойства известных алгоритмов улучшаются.

THE METHOD OF CONTROL ALGORITHMS SYNTHESIS FOR INTERCONNECTED SYSTEMS WITH PARALLEL PROCESSING OF INFORMATION

N.M. Lychenko

(Bishkek)

Hierachical algorithms are devoloped for optimal control of interconnected nonlinear dynamic large-scale systems. Synthesis of algorithms based on goal function adaptation in a specially formulated intermediate equivalent optimization problem in two levels. New algorithms are used iterative parallel coordination scheme which take in to account information about subsystem states in the calculation coordinated parameters. One feature of this is that fixing state and control prediction trajectories are not common for all subsystems but update for them. This algorithms have shown computational benefits.

Постановка задачи

Одной из особенностей структуры сложных систем в энергетике, ирригации, строительстве, экологии и т. д. является то, что они состоят из определенного числа взаимодействующих подсистем. Метод декомпозиционно-координационной оптимизации с адаптацией критерия [1] позволяет сравнительно эффективно решать многие задачи оптимизации и управления такими системами. Суть этого метода заключается в том, что решение исходной оптимизационной задачи ведется по эквивалентному критерию, в который введены параметры проектирования, наделяющие систему робастными свойствами и, кроме того, упрощающие вычислительные процедуры. Исходная задача оптимизации декомпозируется на ряд локальных подзадач, каждая из которых решается самостоятельно путем фиксации отдельных траекторий, называемых координирующими переменными, а для получения решений общей задачи осуществляется координация локальных решений.

Однако, реальные возможности используемых распределенных вычислительных систем и сложность динамики моделей требуют дальнейшего упрощения вычислений. В настоящей работе предложена процедура декомпозиционно-координационной оптимизации динамических систем, улучшающая вычислительные свойства известных алгоритмов.

Рассматривается взаимосвязанная система большой размерности, состоящая из совокупности M подсистем, каждая из которых описывается уравнением (1). То есть имеется набор взаимодействующих между собой подсистем, динамика которых определяется собственными состояниями и в той или иной степени состояниями других подсистем:

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_i(t), u_i(t), t) + \xi_i(x(t), u(t), t) + \mu_i(t), \quad x_i(t_0) = x_{i0}, \quad \forall i = 1,\dots,M. \qquad (1)$$

Здесь $x_i(t) \in \Re^{n_i}$, $u_i(t) \in \Re^{m_i}$, представляют собой векторы состояний и управлений i-той подсистемы; $x_{0i}(t) \in \Re^{n_i}$ — заданное начальное состояние i-той подсистемы; $f_i(t): \Re^{n_i} \times \Re^{m_i} \times \Re \to \Re^{n_i}$ — описывает динамику подсистемы;

$\xi_i(t): \Re^{n_i} \times \Re^{m_i} \times \Re \to \Re^{n_i}$ представляет взаимодействия или взаимосвязи между подсистемами и задается как

$$\xi_i(x(t),u(t),t) = \sum_{j=1}^{M} \xi_{ij}(x_j(t),u_j(t),t) .$$

Нелинейные функции $f_i, \xi_i(\cdot)$, $\forall i = 1,...,M$ удовлетворяют необходимым условиям гладкости для существования, единственности и непрерывности решения при произвольных начальных условиях, $\mu_i(t)$ — некоторые известные функции, соответствующие измеряемым возмущениям.

В составной форме исследуемую систему можно записать как

$$\dot{x}(t) = F(x(t),u(t),t) + \xi(x(t),u(t),t) + \mu(t),$$

где

$F(x(t),u(t),t) = [f_1(x_1(t),u_1(t),t),...,f_i(x_i(t),u_i(t),t),...,f_M(x_M(t),u_M(t),t)]'$,

а $\xi(x(t),u(t),t) = [\xi_1(x(t),u(t),t),...,\xi_i(x(t),u(t),t),...,\xi_M(x(t),u(t),t)]'$, — нелинейная функция полных векторов *x(t)* и u*(t),* отображающая связи между подсистемами.

Предположено также, что в системе (1) можно выделить линейную часть так, что модель может быть представлена во взаимосвязанной и составной формах записи следующим образом:

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i\, x_i(t) + B_i u_i(t) + \varphi_i(x,u,t) + \mu_i(t) ,\ \forall i = 1,...,M , \qquad (2)$$

$$\frac{dx}{dt} = A_d x(t) + B_d u(t) + \varphi(x,u,t) + \mu(t) .$$

Здесь $A_i \in \Re^{n_i x n_i}$, $B_i \in \Re^{n_i x m_i}$, — матрицы коэффициентов, характеризующие динамику линейных подсистем, а матрицы $A_d \in \Re^{nxn}$, $B_d \in \Re^{nxm}$,— динамику всей системы, пары A_i, B_i управляемы. Функции $\varphi_i(x,u,t)$ включают в себя нелинейные части динамики подсистем и взаимосвязи между подсистемами:

$$\varphi_i(x,u,t) = f_i(x_i,u_i,t) - (A_i\, x_i(t) + B_i u_i(t)) + \xi_i(x,u,t) ,$$

$$\varphi(x,u,t) = F(x,u,t) - (A_d x(t) + B_d u(t)) + \xi(x,u,t) .$$

Задача заключается в нахождении вектора управлений $u_1(t),...,u_i(t),...,u_M(t)$ такого, что следующий в общем несепарабельный показатель качества всей системы будет минимальным:

$$2J = \left\|x(t_f)\right\|^2_{Q_1 d} + \phi(x_{t_f}) + \int_{t_o}^{t_f} \left(\left\|x(t)\right\|^2_{Q_{1x}d} + \left\|u(t)\right\|^2_{R_d} + \psi(x,u,t) \right) dt \qquad (3)$$

Здесь $Q_{1d} \in \Re^{nxn}$, $Q_{1d} = Q_{1d}^T$, $Q_{1d} \geq 0$; $Q_{1xd} \in \Re^{nxn}$, $Q_{1xd} = Q_{1xd}^T$, $Q_{x1d} \geq 0$; $R_d \in \Re^{mxm}$, $R_d = R_d^T$, $R_d > 0$; Q_{1d}, Q_{1xd}, R_d — блочно-диагональные матрицы, $\psi(x,u,t)$ — некоторая выпуклая функция. Несепарабельность критерия (3) заключается в том, что глобальный критерий не имеет аддитивной формы по отношению к подсистемам.

Процедура синтеза алгоритмов

Синтез алгоритмов осуществлен на базе метода декомпозиционно-координационной оптимизации с адаптацией критерия [1] с помощью двухуровневой вычислительной процедуры. В соответствии с подходом предсказания взаимодействий предполагается, что верхний уровень вычислительной процедуры обеспечивает равенства

$$\bar{x}(t) = x(t)\,,\ \bar{u}(t) = u(t) \qquad (4)$$

и передает значения $\bar{x}(t)$ и $\bar{u}(t)$, называемые *координирующими переменными*, на нижний уровень.

Тогда, используя переданные с верхнего уровня координирующие переменные (4), можно зафиксировать нелинейные функции в модели системы (1) и несепарабельные члены в критерии (3), сделав его тем самым аддитивно сепарабельным.

В результате исходная задача оптимизации будет эквивалентна (в силу выполнения ограничений (4)) следующей *эквивалентной оптимизационной задаче (ЕОЗ)*:

минимизировать

$$2J = \left\|x(t_f)\right\|^2_{Q_1 d} + \phi(\bar{x}_{t_f}) + \left\|x(t_f) - \bar{x}(t_f)\right\|_{Q_{2d}} + \int_{t_o}^{t_f} \left(\left\|x(t)\right\|^2_{Q_{1x}d} + \left\|u(t)\right\|^2_{R_d} + \psi(\bar{x},\bar{u},t) \right) dt$$

$$+\int_{t_o}^{t_f}\left(\left\|x(t)-\bar{x}(t)\right\|^2_{Q_{2x}d}+\left\|u(t)-\bar{u}(t)\right\|^2_{Q_{2ud}}\right)dt \tag{5}$$

при ограничениях (4) и

$$\frac{dx_i}{dt}=A_i\,x_i(t)+B_iu_i(t)+\varphi_i(x,u,t)+\mu_i(t)\,,\ \forall i=1,...,M\ , \tag{6}$$

Здесь блочно-диагональные весовые матрицы Q_{2d} , Q_{2xd} , Q_{2ud} введены в критерий эквивалентной задачи для последующих упрощений вычислений [1] и влияния на скорость сходимости итерационного алгоритма.

Для решения ЭОЗ формируется гамильтониан:

$$2H=\left\|x(t)\right\|^2_{Q_{1xd}}+\left\|u(t)\right\|^2_{R_d}+\left\|x(t)-\bar{x}(t)\right\|^2_{Q_{2xd}}+\left\|u(t)-\bar{u}(t)\right\|^2_{Q_{2ud}}+\psi(\bar{x},\bar{u},t)$$

$$+\beta^T(t)\left(u(t)-\bar{u}(t)\right)+2\lambda^T(t)\left(A_dx(t)+B_du(t)+\varphi(\bar{x},\bar{u},t)+\mu(t)\right)+$$

$$+2\alpha^T(t)\left(x(t)-\bar{x}(t)\right)$$

Затем из необходимых условий оптимальности следуют алгоритмы итеративной двухуровневой процедуры (рис. 1). Эта процедура имеет две отличительные особенности:

- на верхнем уровне формируется вектор координирующих переменных $z(t)=\bar{x}(t),\alpha(t),\bar{u}(t),\beta(t)$, обеспечивающий сходимость процедуры к оптимальному для полной системы решению;

на нижнем уровне независимо решаются оптимизационные задачи для каждой подсистемы при фиксированных координирующих переменных. (Результатом решения ОЗ являются вычисления переменных состояния $x(t)$, управления $u(t)$ и вспомогательной функции $f(t)$.)

В работе предложено для решения этих оптимизационных задач использовать параллельные вычисления, при этом координирующие переменные не являются общими для всех подсистем и фиксированными на всей итерации приближения к оптимальному решению, а переопределяются для каждой из подсистем по мере появления информации об их состояниях.

Пусть каждая ОЗ обрабатывается отдельным процессором. В этом случае для подсистем меньшей размерности ОЗ будут решаться быстрее, а значит, состояния *x(t)* и управления *u(t)* этих подсистем будут появляться раньше, чем для подсистем большей размерности. Предложено использовать эту новую информацию с целью переопределения координирующих переменных для подсистем, обработка которых процессором еще не завершилась. Верхний уровень включается в процесс параллельной обработки информации таким образом, что в течении одной *l*-той итерации приближения решения к конечному (оптимальному) решению координирующие переменные будут верхним уровнем *M* раз (по числу подсистем) переопределяться и вновь передаваться на нижний уровень. То обстоятельство, что вектор координирующих переменных *z(t)* изменяется на протяжении *l*-той итерации и определен только на период (t_{j-1}, t_j) обработки процессором *j*-той подсистемы, иллюстрирует символ δ_j при номере итерации *l*.

Структура управления взаимосвязанной системы имеет замкнуто-разомкнутую форму:

$$u_i(t) = K_i(P_i)x_i(t) + u_i^c(t),$$

$$K_i(P_i) = D_i B_i' P_i,\ u_i^c(t) = D_i[B_i^T f_i(t) - Q_{2ui}\bar{u}_i(t) + \beta_i(t) + \delta\psi / \delta\bar{u}].$$

Обратные связи от состояний — линейные, с коэффициентом обратной связи $K_i(P_i)$, P_i — решения уравнений Риккати (для устойчивых подсистем — уравнений Ляпунова).

Координирующие составляющие $u_i^c(t)$ являются функциями связей с другими подсистемами, а также отражают нелинейности системы и несепарабельность критерия.

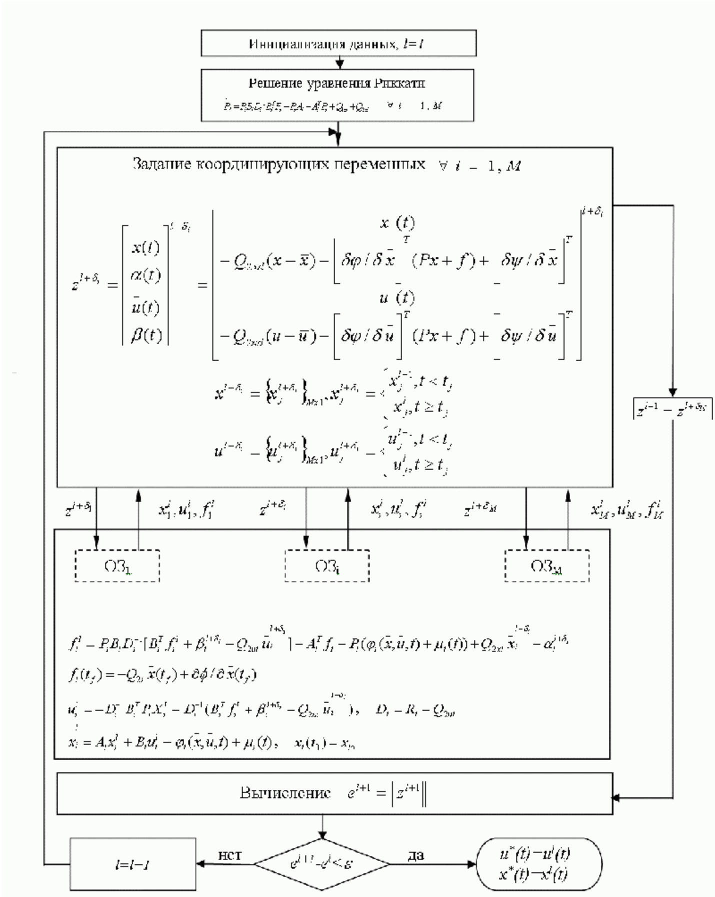

Рис. 1. Блок-схема двухуровневой вычислительной процедуры.

Иллюстративный пример

В качестве иллюстративного примера рассмотрен пример моделирования системы, состоящей из трех подсистем, модель каждой из которых задана в виде (1), при этом

$$\varphi_i(t) = \sum_{j=1}^{M} A_{ij} x_j(t) + \sum_{j=1}^{M} B_{ij} u_j(t), \quad \forall i = 1,...,M \ ,$$

$x_j(t)$, $u_j(t)$ - взаимосвязи между подсистемами.

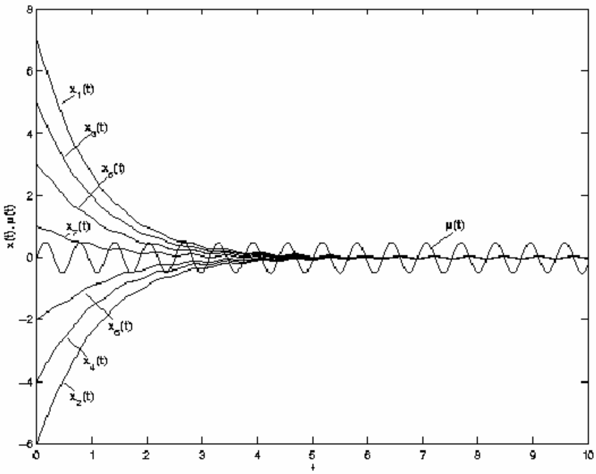

Рис. 2. Траектории состояний системы.

Система является взаимосвязанной, неустойчивой, но управляемой, на каждую переменную состояния действует известное возмущение $\mu(t)$, вид которого представлен на рис. 2

Необходимо найти управляющие воздействия, которые доставляют минимум критерию вида (3), в котором

$$\psi(x,u,t) = \|x(t)\|_{Q_{1xof}} + \|u(t)\|_{R_{of}} ,$$

т.е. матрицы штрафов в критерии – не блочно-диагональные, а полные.

На рис.2 представлены траектории состояния системы *x(t)*, а на рис. 3 представлены координирующие управления $u^c(t)$ и результирующие управляющие воздействия *u(t)*.

Использование параллельных вычислений для решения оптимизационных задач на нижнем уровне позволило сделать итеративные процедуры синтеза алгоритмов более эффективными и получить лучшие по скорости сходимости показатели в сравнении с традиционными, что иллюстрирует рис. 4.

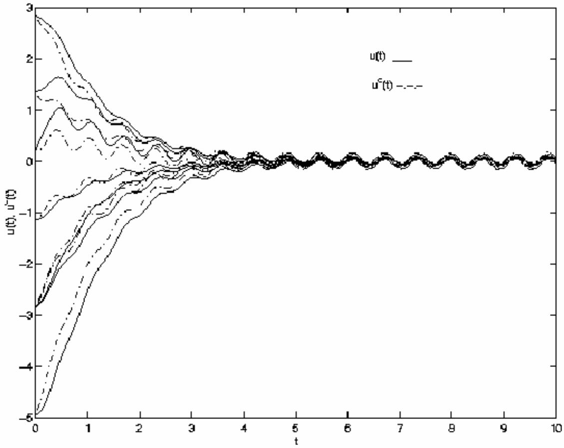

Рис. 3. Управляющие воздействия.

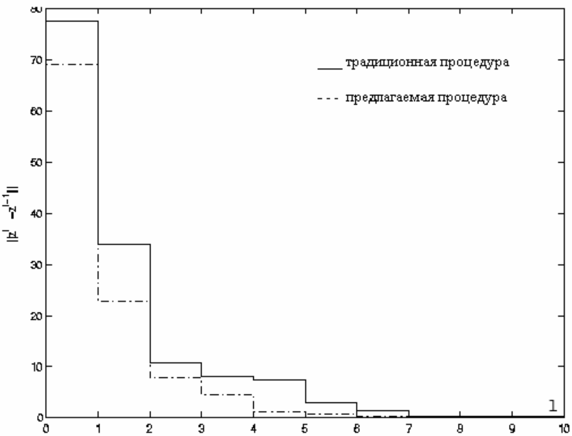

Рис. 4. Сходимость двухуровневой вычислительной процедуры.

Литература.

1. Миркин Б.М. Декомпозиционно-координационная оптимизация динамических систем с адаптацией критерия. // АиТ. 2001. № 7. С. 148-157.