

ДИФФУЗИОННО-ВОЛНОВАЯ МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ ПОПУЛЯЦИИ

Чистяков В.В.^[1], Чистяков А.В.^[2]

ФГОБУ ВПО «Ярославская государственная сельскохозяйственная академия»,
Россия, 150042, Ярославль, Тутаевское ш., 58

E-mail: chistiakov_v_v@rambler.ru

Чистяков А.В.

Россия, 426004, Республика Удмуртия, Ижевск, ул. Удмуртская, 212, кв. 15

В отличие от известной однополовой модели Мак-Кендрика — фон Фёрстера [лит] предполагается, что динамика возрастного состава популяции существенно определяется показателем y жизнеспособности (здоровья) фракции возраста x . Рассматривается скалярный случай $0 \leq y \leq 1$.

Плотность распределения $u(t, x, y)$ по возрасту и здоровью удовлетворяет обобщенному волновому уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (au)}{\partial y^2} - \frac{\partial (bu)}{\partial y},$$

$a = a(t, x, y)$, $b = b(t, x, y)$ — коэффициенты диффузии и сноса по параметру y .

Математическое описание дополняется начальными условиями $u(0, x, y) = u_0(x, y)$ и естественными граничными условиями:

$$u(t, x_{\max}, y) = 0, \quad u(t, 0, y) = \int_0^{x_{\max}} \int_0^1 \beta(t, x, z, y) u(t, x, z) dx dz,$$

$$u(t, x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u(t, x, 1)}{\partial y} = 0,$$

$\beta(t, x, z, y)$ — вероятность рождения потомка в состоянии здоровья y от особи в возрасте x и состоянии здоровья z .

Двуполовая модель получается удвоением переменных: плотности, возраста и здоровья..

Литература

M. Iannelly, M. Marcheva and F.A. Milner Gender-structured population modelling: mathematical methods, numerics and simulation, SIAM (Soc. and Industr Appl. Math.), 2005, pp 175