

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ НОВОВВЕДЕНИЯ В ОБЩЕСТВЕ С РАЗРЫВОМ ПОКОЛЕНИЙ

Делицын Л.Л.

Московский Государственный Университет Культуры и Искусств,  
Россия, 141406, Московская обл., г.Химки, ул.Библиотечная, д.7.  
Тел.:+7(495)570-01-44, E-mail: [L.Delitsin@yahoo.com](mailto:L.Delitsin@yahoo.com)

Классические модели распространения инноваций не учитывают воспроизводство населения, что ограничивает их применение нововведениями с короткими характерными временами. Более полные модели требуют численного решения системы интегродифференциальных уравнений. Интересны частные случаи, когда решения выражаются в элементарных или специальных функциях, такие как модель CGS [1].

Рассмотрим распространение новшества в стационарной популяции с функцией дожития в виде ступеньки длиной  $T$  лет. Предположим, что все, кто родился ранее  $(t_0 - L)$ -го года, отвергают новшество; их количество:  $Z(t) = K(1 - L/T - (t - t_0)/T)$ .

На отрезке  $t_0 \leq t \leq t_0 + T - L$  модель можно представить уравнением Риккати:

$$dX/dt = (p + qX/K)(K - Z(t) - X) + (\beta_x - \beta_y - \gamma)X + \beta_y K \quad \text{с условием } X(t_0) = 0.$$

Здесь  $X(t)$  – количество пользователей нововведения;  $K$  – численность популяции;  $P$  и  $Q$  – коэффициенты внешнего и внутреннего воздействия;  $\gamma \geq 0$  – интенсивность прекращения использования;  $\beta = 1/T$  – коэффициент рождаемости; неотрицательные параметры  $\beta_x \leq \beta$  и  $\beta_y \leq \beta$  описывают обучение детей новшеству в семье и школе.

Проведя подстановку  $p + qX(t)/K = u'(t)/u(t)$  и замену  $\tau = \sqrt{q\beta/2} \cdot t$ , и добавив условие  $u(0) = 1$ , получим задачу Коши для уравнения Эрмита

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} = 2(\tau + \sigma) \frac{du}{d\tau} - 2\nu u,$$

где  $\nu = [(\beta_x - \gamma)p - \beta_y(p + q)]/(q\beta)$  и  $\sigma = [p + q + \beta_x - \gamma - \beta_y - qZ(t_0)/K]/\sqrt{2q\beta}$ .

Решением задачи является линейная комбинация функций Эрмита первого и второго рода. При  $\beta_x = \beta_y = \beta$ ,  $\gamma = 0$  решение выражается через функцию ошибок.

На последующих отрезках времени:  $[t_0 + T - L, t_0 + T]$ ,  $[t_0 + T, t_0 + 2T - L]$  и т.д. модель представима в виде системы о.д.у. с постоянными коэффициентами.

Используя полученные решения, мы предлагаем новую интерпретацию данных опросов World Internet Project о проникновении Интернета в ряде стран в 1990-2010 гг.

### Литература.

1. Centrone F., Goia, A., Salinelli E. Demographic processes in a model of innovation diffusion with a dynamic market // *Technological Forecasting and Social Change*, 74, 2007. – pp. 247-266.