О ПРИМЕНЕНИИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ К ИССЛЕДОВАНИЮ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Александров А. А., Шилин И. А.[1]

Московский государственный гуманитарный университет им. М. А. Шолохова, Россия, 109240, Москва, Верхняя радищевская 16 – 18, +7 499 174 80 40, tensit@mail.ru

[1]Московский авиационный институт, Россия, 125993, Москва, Волоколамское шоссе 4, +7 499 195 91 65, ilyashilin@li.ru

Сегодня никого не удивляет математик, студент или школьник, активно использующий для решения математических и прикладных задач современные вычислительные пакеты, такие как Mathematica, MathCAD, Maple или DERIVE. Однако существуют области математики, в которых указанные пакеты либо не применяются, либо применяются очень слабо. Сказанное относится, например, ко многим разделам функционального анализа, общей алгебры, топологии.

В дискретной математике существует большое число задач, требующих огромных переборов случаев. Здесь уместно применение современной вычислительной техники. Так, каждому студенту, изучающему общую алгебру и программирование, будет весьма интересно и очень полезно как для изучения алгебры, так и программирования, совместить свои знания из этих дисциплин и получить решение задачи собственными силами.

В качестве примера мы обсуждаем задачу о вычислении подгрупп и выделении среди них нормальных делителей, а также о вычислении нормализаторов и централизаторов подгрупп. Так, созданная нами программа показывает, что группа

$$\mathbb{Z}_5 \leftthreetimes \mathbb{Z}_4 = \langle s, t \mid s^4 = t^5 = e,\ tst = s \rangle$$

имеет 8 несобственных подгрупп $H_1 = \{e, t, t^2, t^3, t^4\}$, $H_2 = \{e, s^2\}$, $\{e, s^2, st^4, s^3t^4\}$, $\{e, s^2, st^3, s^3t^3\}$, $\{e, s^2, st^2, s^3t^2\}$, $\{e, s^2, st, s^3t\}$, $H_3 = \{e, s^2, t, t^2, t^3, t^4, s^2t, s^2t^2, s^2t^3, s^2t^4\}$, $\{e, s, s^2, s^3\}$, причем подгруппы H_1, H_2 и H_3 являются нормальными делителями, а нормализаторы и централизаторы подгрупп имеют следующий вид:

H	$\mathrm{Nm}\, H$	$\mathrm{Cnt}\, H$
$\langle t \rangle$	$\mathbb{Z}_5 \leftthreetimes \mathbb{Z}_4$	$\langle s^2, t \rangle$
$\langle s^2 \rangle$	$\mathbb{Z}_5 \leftthreetimes \mathbb{Z}_4$	$\mathbb{Z}_5 \leftthreetimes \mathbb{Z}_4$
$\{e, s^2, st^4, s^3t^4\}$	$\{e, s^2, st^4, s^3t^4\}$	$\{e, s^2, st^4, s^3t^4\}$
$\{e, s^2, st^3, s^3t^3\}$	$\{e, s^2, st^3, s^3t^3\}$	$\{e, s^2, st^3, s^3t^3\}$
$\{e, s^2, st^2, s^3t^2\}$	$\{e, s^2, st^4, s^3t^4\}$	$\{e, s^2, st^2, s^3t^2\}$
$\langle s^2, t \rangle$	$\mathbb{Z}_5 \leftthreetimes \mathbb{Z}_4$	$\langle s^2, t \rangle$
$\langle s \rangle$	$\langle s \rangle$	$\langle s \rangle$
$\mathbb{Z}_5 \leftthreetimes \mathbb{Z}_4$	$\mathbb{Z}_5 \leftthreetimes \mathbb{Z}_4$	$\{e, s^2\}$